

Нелинейная гидрофизика и морские природные катастрофы

Лекция 4 – внутренние волны

Е.Н. Пелиновский



Отделение геофизических исследований
Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН



Лаборатория нелинейной гидрофизики
Тихоокеанский океанологический институт им В.И. Ильичева ДВО РАН

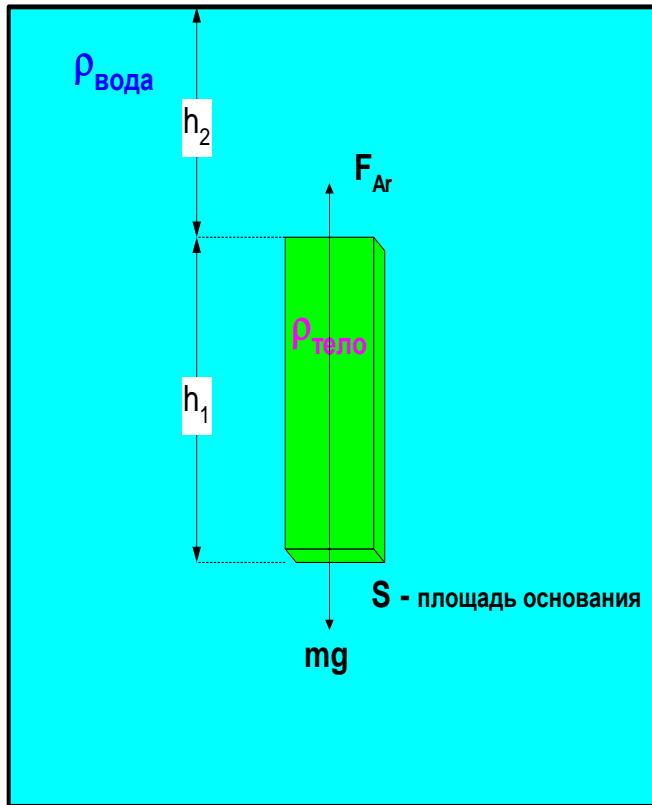
Мегагрант № 075-15-2022-1127 Нелинейная гидрофизика с приложениями к природным катастрофам Дальневосточного региона

ДВФУ 20 октября 2023 года

Закон Архимеда

«Тело, впёртое туды, выпирает из воды, с весом выпертой воды телом, впёртым вот туды»

$$g = 9.8 \text{ m/sec}^2$$



$$mg = \rho_{\text{тело}} \times S \times h_1 \times g = \rho_{\text{тело}} gV$$

$$F_{Ar} = \rho_{\text{вода}} \times h_1 \times S \times g = \rho_{\text{вода}} \times g \times V$$

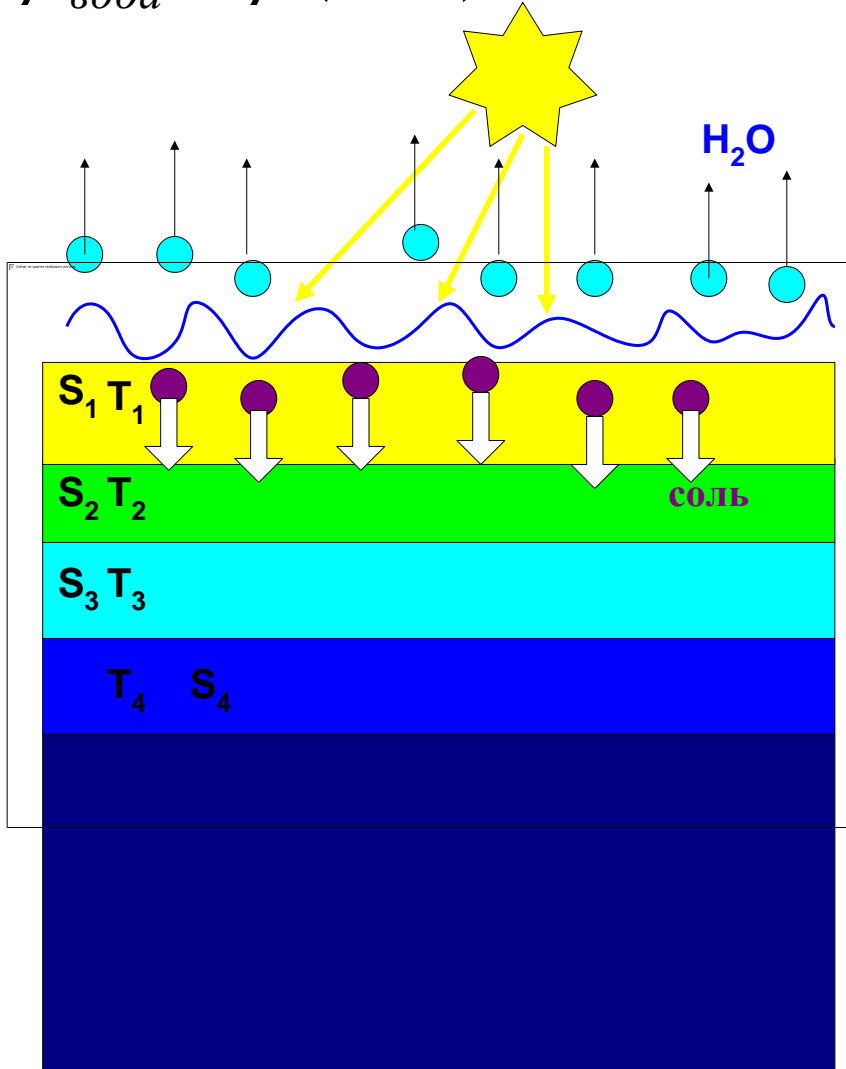
Результирующая сила

$$F_{\text{рез}} = mg - F_{Ar} = (\rho_{\text{тело}} - \rho_{\text{вода}})gV$$

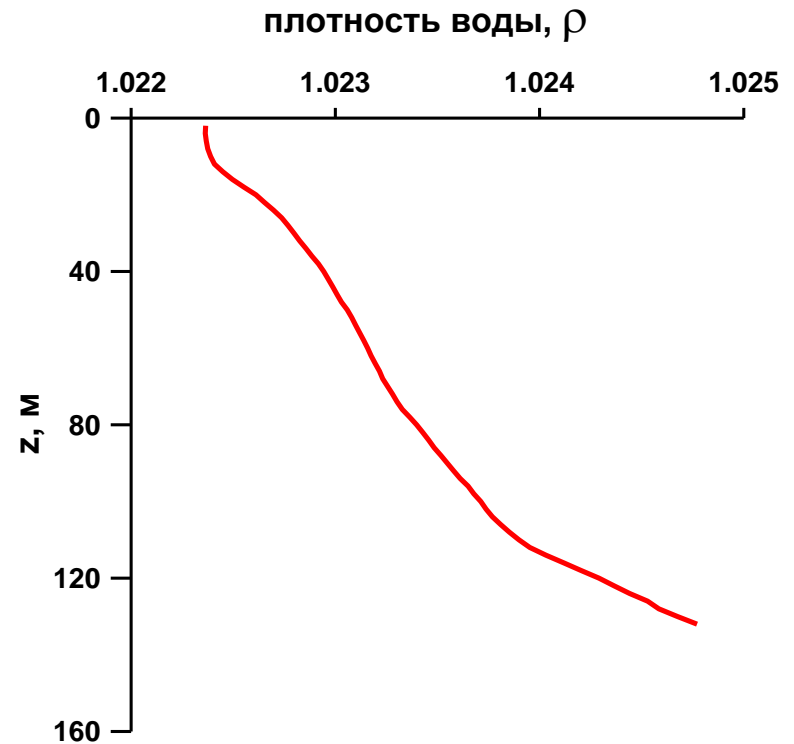
Частица нейтральной плавучести не тонет!

Стратификация воды в океане

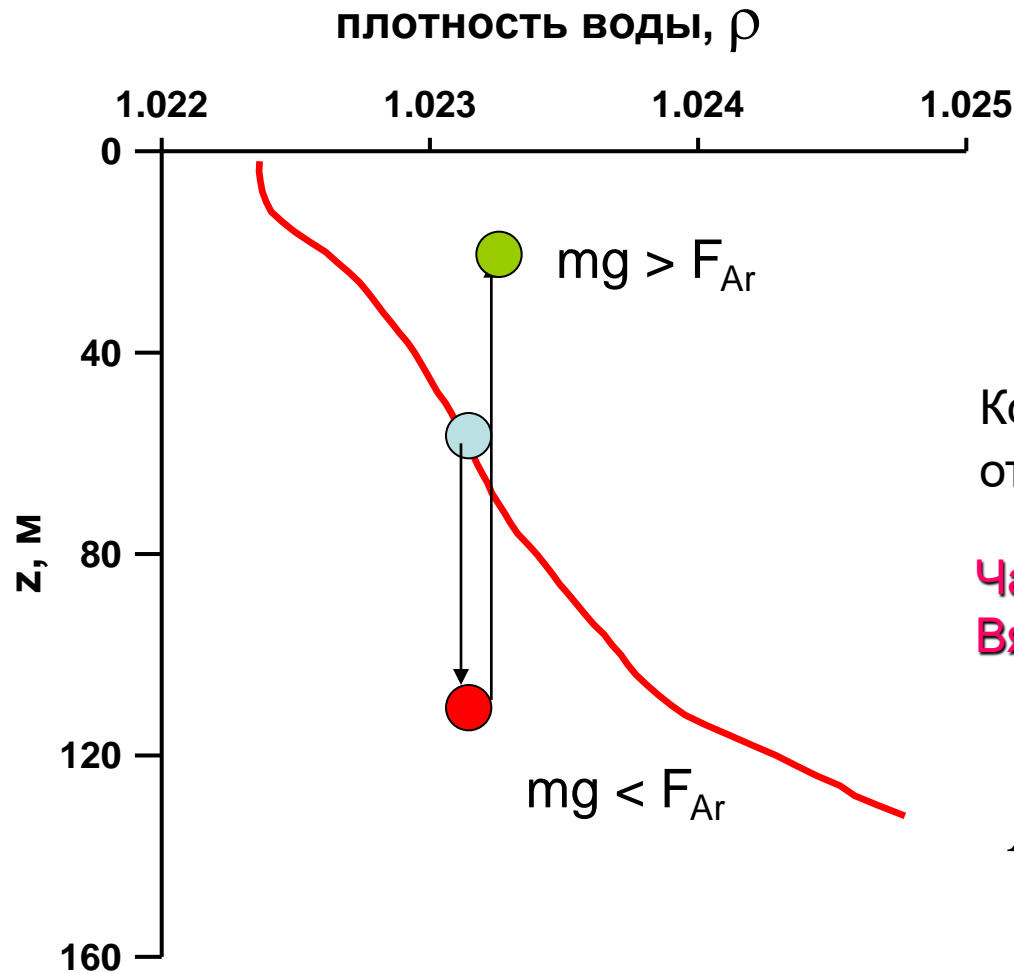
$$\rho_{\text{вода}} = \rho(T, S)$$



$$\rho_{\text{вода}} = \rho(z)$$



Что будет, если частицу воды с верхнего уровня толкнуть вниз?



$$ma = mg - F_{Ar}$$

a - ускорение частицы

Колебания частицы будут зависеть от наклона кривой $\rho(z)$

Частота колебаний частицы (частота Вайсяля-Брента)

$$N(z) = \sqrt{\frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz}}$$

Что такое волна?



Волна на поверхности воды также возникает из-за разности плотностей воды и воздуха и силы тяжести.

Для бегущей волны характерна зависимость возвышения η от координаты и времени в виде

$$\eta = F(x - ct)$$

Уравнение линейной волны

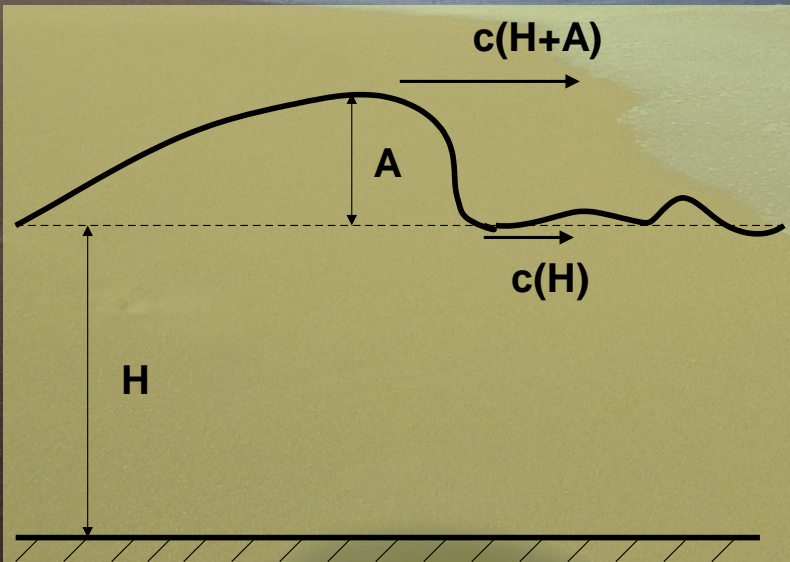
$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$$



Линейные волны имеют малую амплитуду

Уравнение нелинейной волны

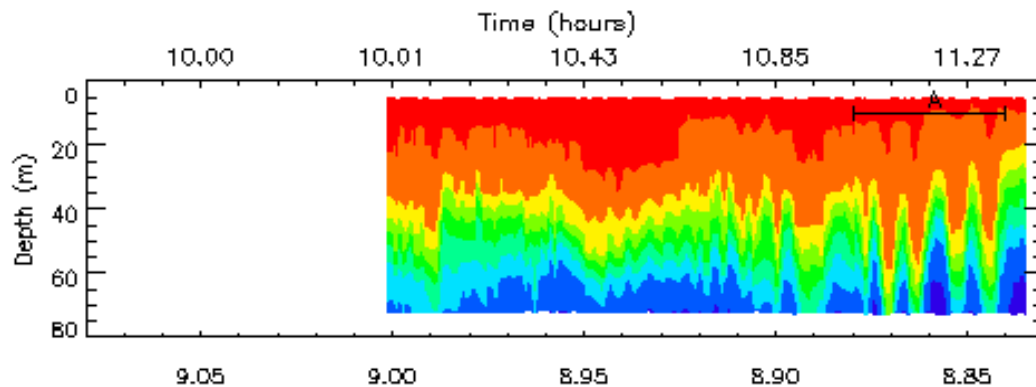
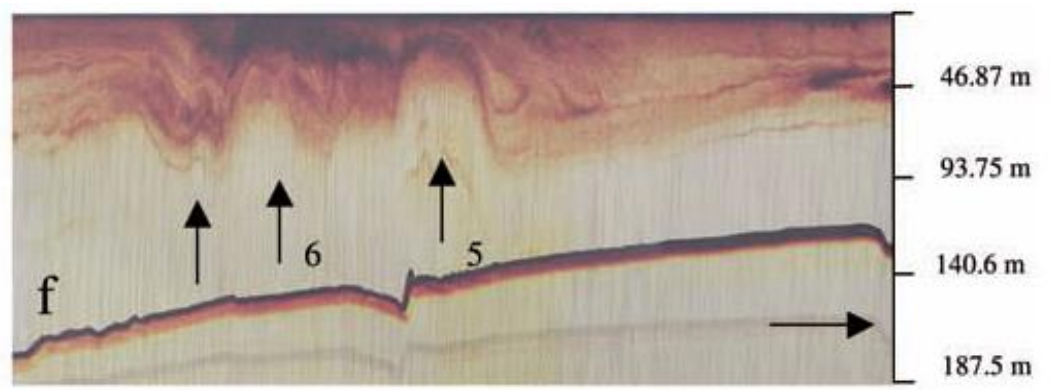
$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$$



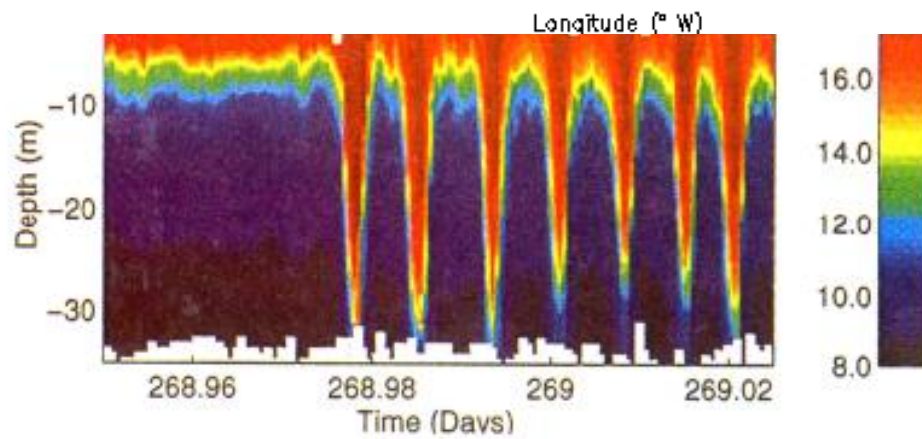
Инструментальные записи внутренних ВОЛН

ВОЛН

Marshall H. Orr and
Peter C. Mignerey,
South China sea



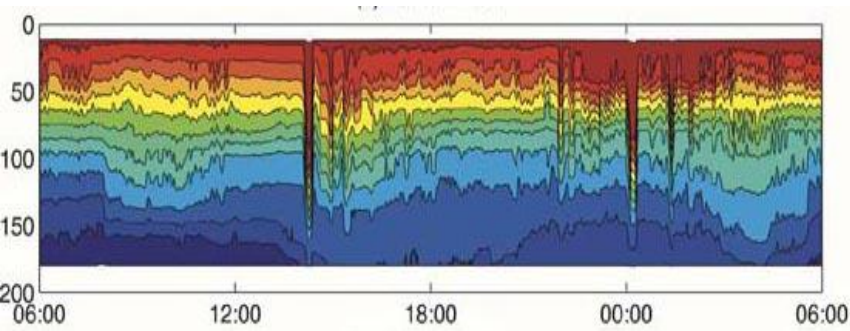
J Small, T Sawyer, J.Scott,
SEASAME
Malin Shelf Edge



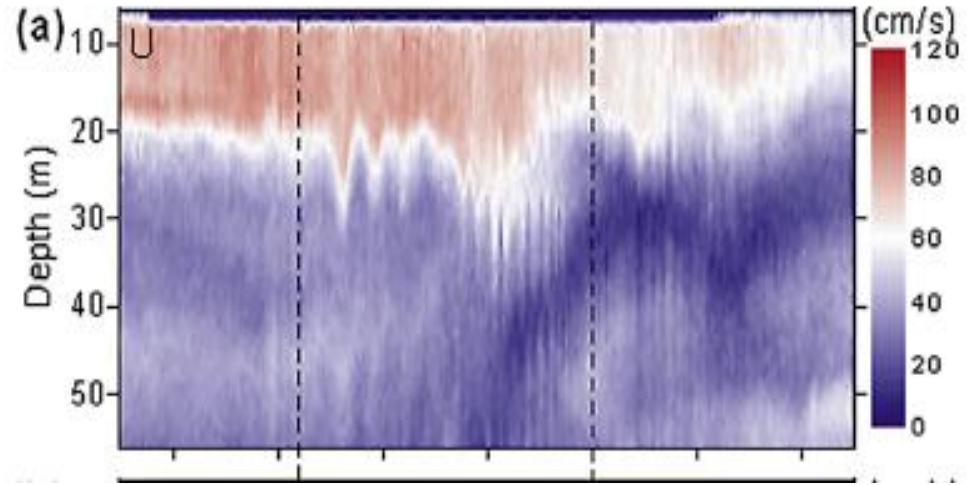
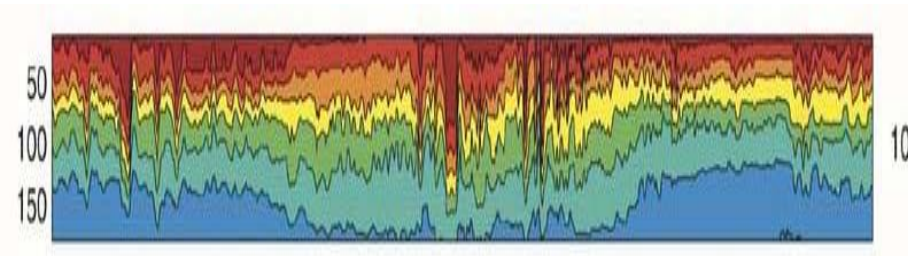
STANTON AND OSTROVSKY:

Nothern Oregon

Наблюдения гигантских внутренних волн

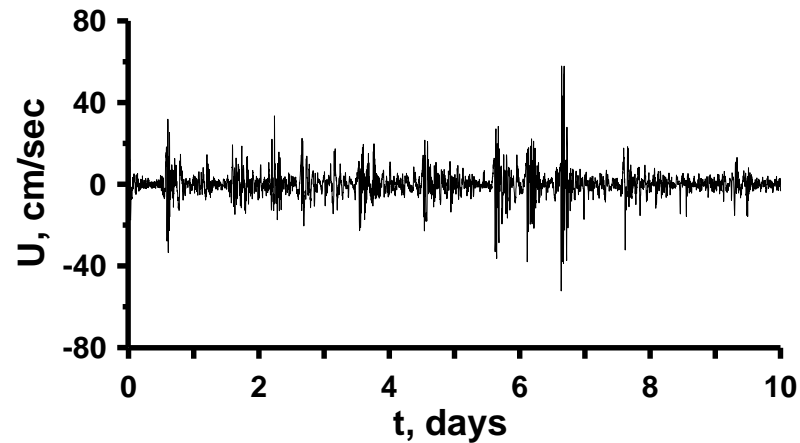
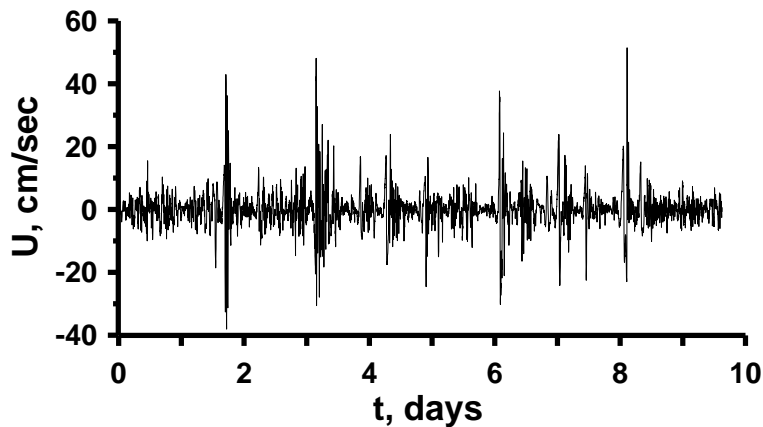


Южно-Китайское море (Duda et al., 2004)



Шельф Южной Кореи (Lee et al, 2006)

Горизонтальная скорость во внутренних волнах на шельфе Австралии (Pelinovsky E., Holloway P., Talipova T. 1995)



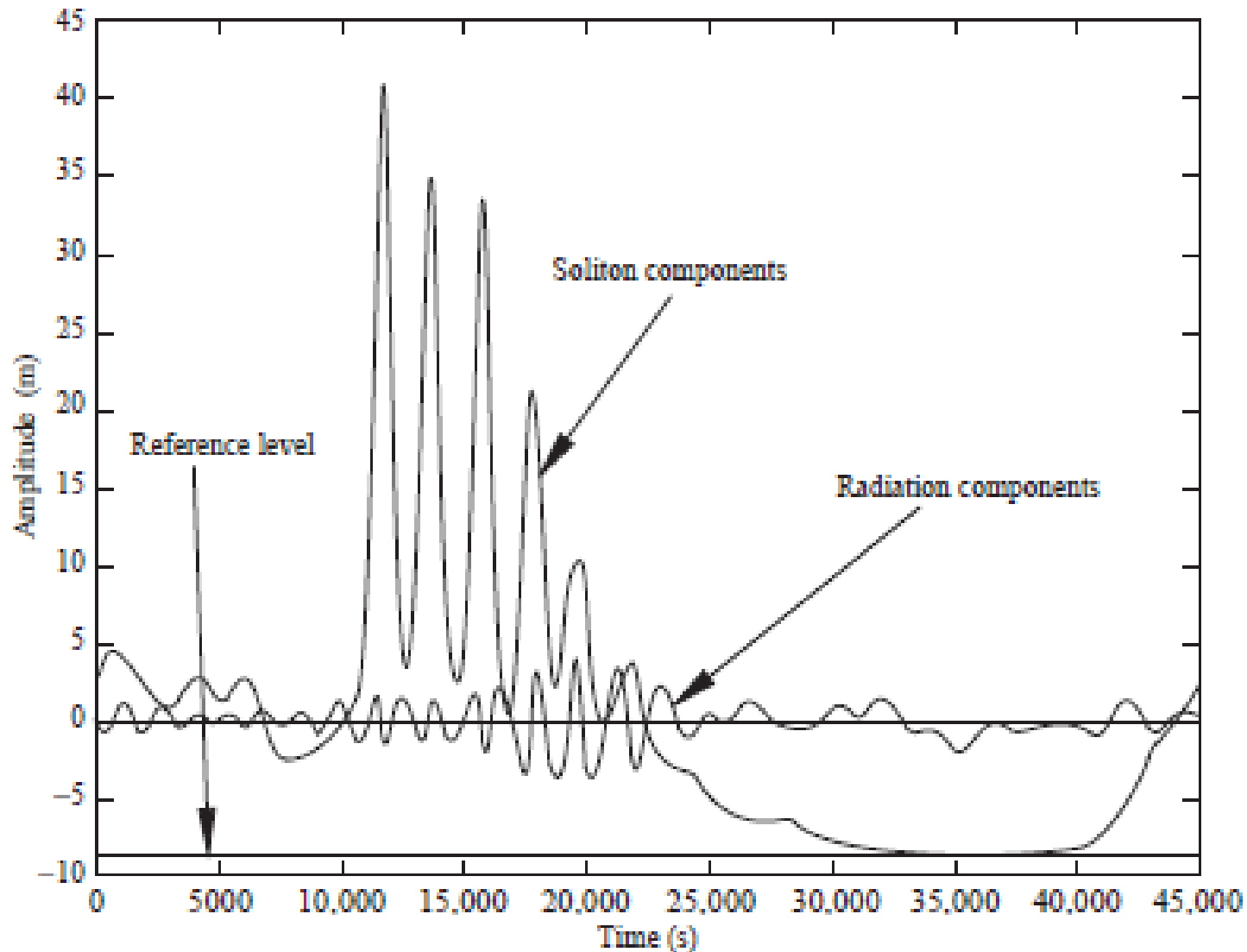
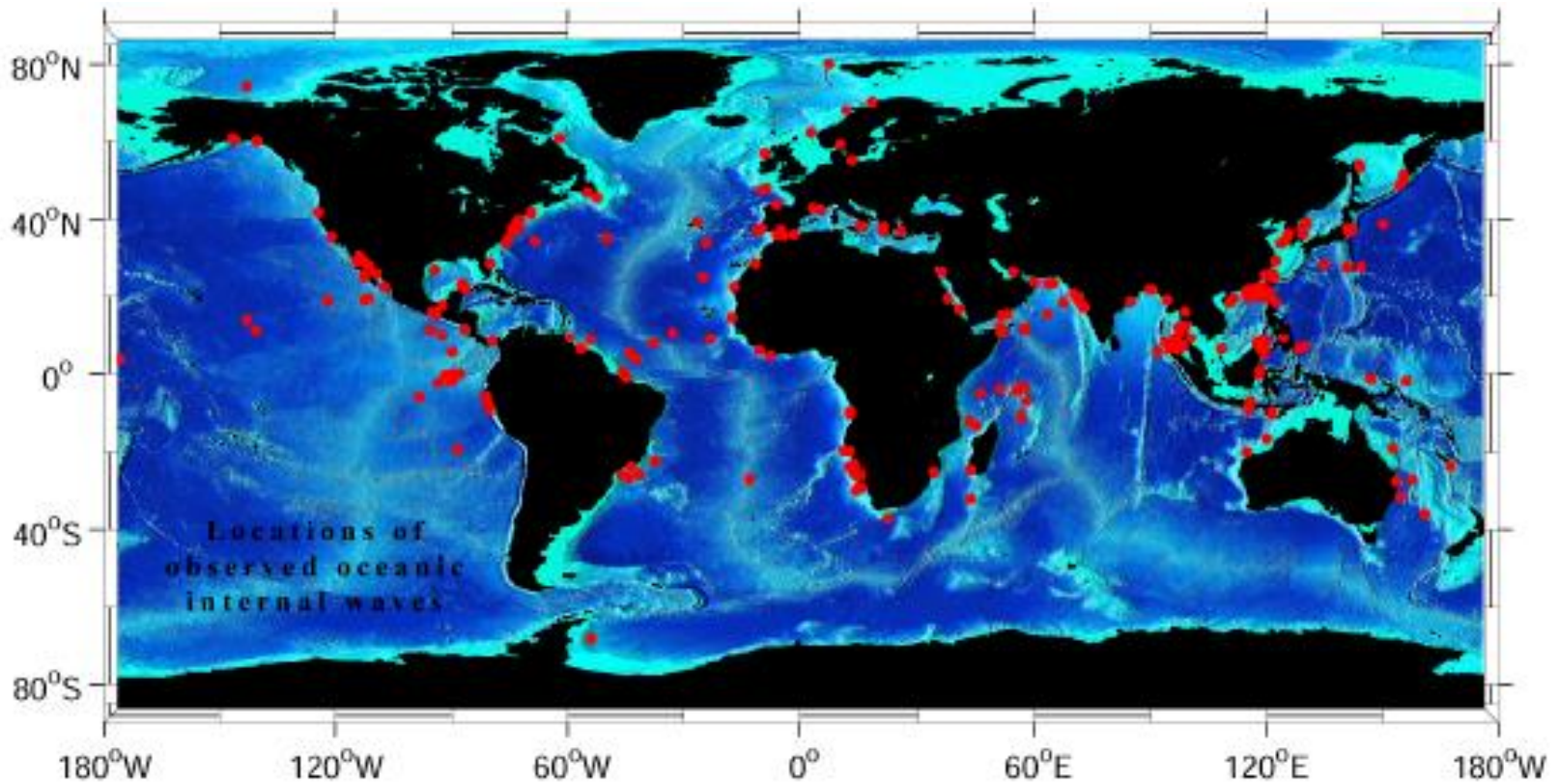


Figure 25.17 The time series of Andaman Sea data in Figure 25.9 has been filtered into soliton and radiation parts.

Oceanic internal waves observation



**Locations where IW have been observed
(an Atlas of oceanic internal waves, May 2002)**

Мотивация 1 Явление мертвой воды

В 1893 г. знаменитый норвежский полярник Фритьоф Нансен, совершавший плавание по арктическим водам, столкнулся со странным явлением. Вот что записал он в отчете: «Мы почти не двигались с места (...) и будто тащили всю воду за собой. Что мы ни делали, — круто поворачивали, лавировали, описывали полный круг и пр., — все напрасно. Лишь только машина переставала работать, судно тотчас же останавливалось, точно схваченное чем-то за корму».



Фрам



Resurrecting dead-water phenomenon

M. J. Mercier^{1,*}, R. Vasseur^{1,**}, and T. Dauxois¹

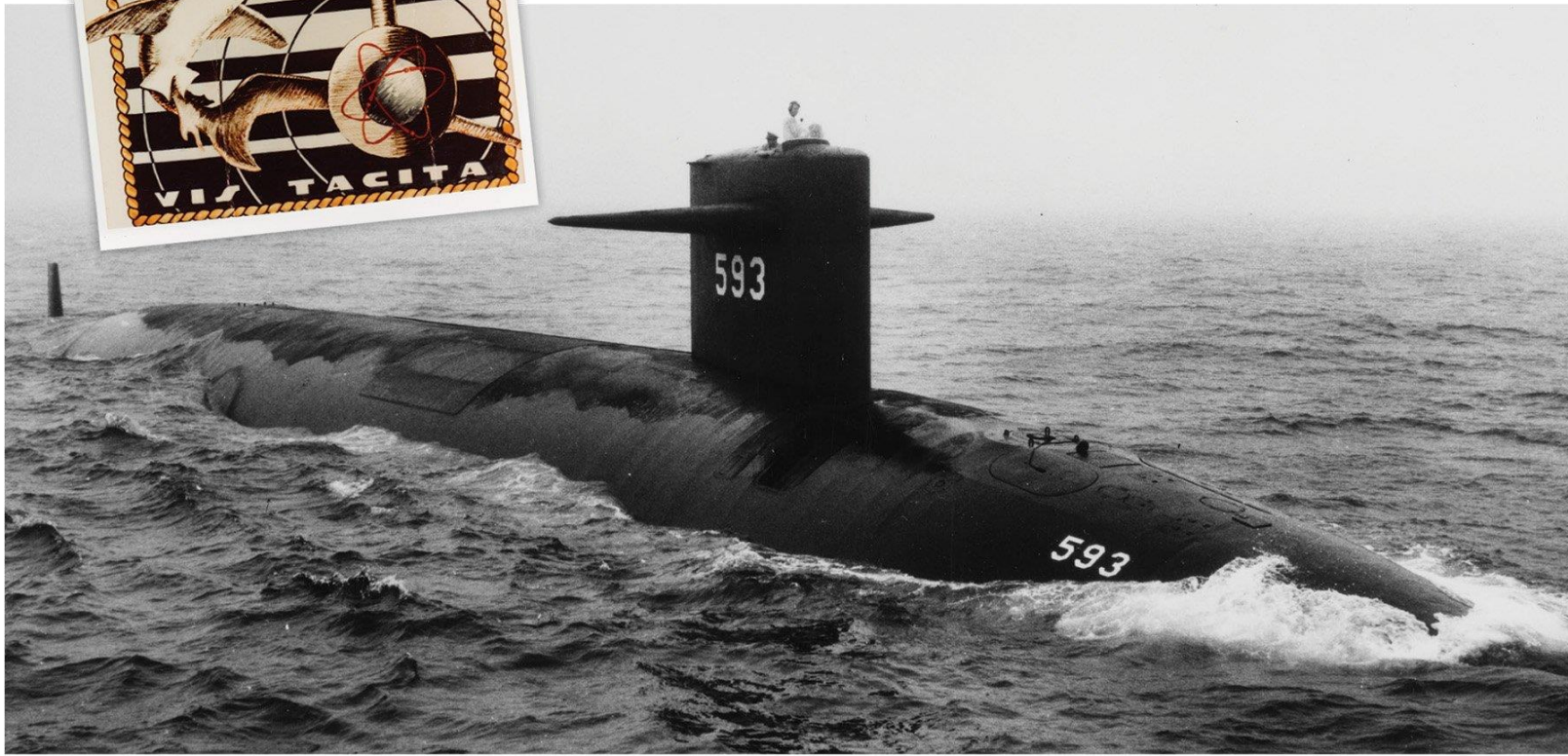


Nonlinear Processes
in Geophysics

Vol. 18, 193–208, 2011

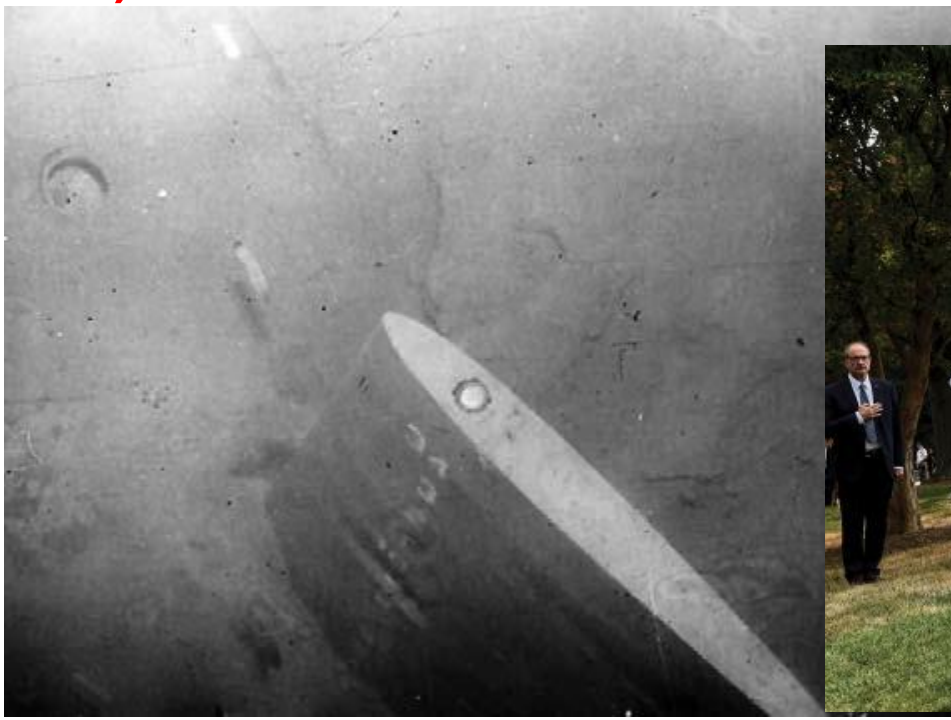
Мотивация 2 Катастрофы американских подводных лодок

Самыми крупными катастрофами в истории американского подводного флота остаются гибель АПЛ "Трешер". USS Thresher (SSN-593) была первой АПЛ нового класса "Пермит", оборудованной опытной ЯЭУ. Максимальная глубина погружения достигала 400 м. **10 апреля 1963 года** после 9-месячного ремонта USS Thresher вышла в море в сопровождении другой АПЛ USS Skylark (ASR-20) для глубинных испытательных погружений. Помимо 16 офицеров и 96 матросов на борту находились 17 гражданских исследователей и техников.



Мотивация 2 Катастрофы американских подводных лодок

Через 15 минут после достижения заданной глубины с "Трешера" на "Скайларк" по телефону поступило сообщение о возникших "трудностях". Затем на "Скайларке" услышали звук "словно воздух врывается в цистерны", после чего наступила тишина. Позднее спасательный корабль обнаружил над местом катастрофы различные обломки и мусор, включая куски внутренней обшивки. Все 129 членов экипажа погибли. Лодка лежит на глубине 2600 м, ее прочный корпус разрушен на несколько крупных частей. Считается что лодка сорвалась с гребня большой внутренней волны (амплитуда около 100 м) и была раздавлена перепадом давления (10 атм).



Alfred Osborne

“Nonlinear Ocean Waves & the Inverse Scattering Transform”, 2010



Российская подводная лодка класса Виктория на поверхности воды в Гибралтарском проливе. Одна из возможных причин аварии – лодка была поднята гребнем гигантской внутренней волны и пробила корпус при столкновении с надводным кораблем (Office of Naval Research).

Могут ли внутренние волны погубить подводную лодку?

Ю.А.Степанянец^{1,2}

¹Университет Южного Квинсленда (Тувумба, Австралия)

²Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е.Алексеева (Нижний Новгород, Россия)

Недавняя катастрофа, произошедшая с индонезийской подводной лодкой «Нангала» у берегов острова Бали, вновь напомнила о возможной роли внутренних волн в такого рода трагедиях. В статье кратко излагается природа внутренних волн, анализируются обстоятельства гибели трех подводных лодок: атомных «Трешер» (1963 г.) и «Скорпион» (1968 г.) Военно-морских сил США и дизельной «Нангала», приводятся гипотетические сценарии этих аварий, обосновывается опасность внутренних волн для подводного судоходства.

Мотивация 3

Внутренние волны большой амплитуды (ВВБА) потенциально опасны для всей подводной деятельности, включая добычу нефти и газа, и уже вызывали опасные инциденты. Один из них имел место в северной части **Андаманского моря**. При прохождении пакета ВВБА опора платформы накренилась на угол 3° . Это привело к смещению этой опоры на 2 м, и напряжение якорной цепи выросло на 25%. Сильные течения, возникающие при прохождении ВВБА, также увеличивают **напряжения в трубах и ведут к размывам под ними**. Возможность предсказать такие волны даст большой вклад в безопасность нефтегазовых промыслов.

(Fraser N: Surfing an oil rig. Energy Rev., 20(4) 1999)

On the potential for automated realtime detection of nonlinear internal waves from seafloor pressure measurements

Uwe Stöber^{a,b,*}, James N. Moum^b

Applied Ocean Research 33 (2011) 275–285



Z.J. Songa, B. Tenga, Y. Goua, L. Lua, Z.M. Shi Y. Xiao Y. Qub

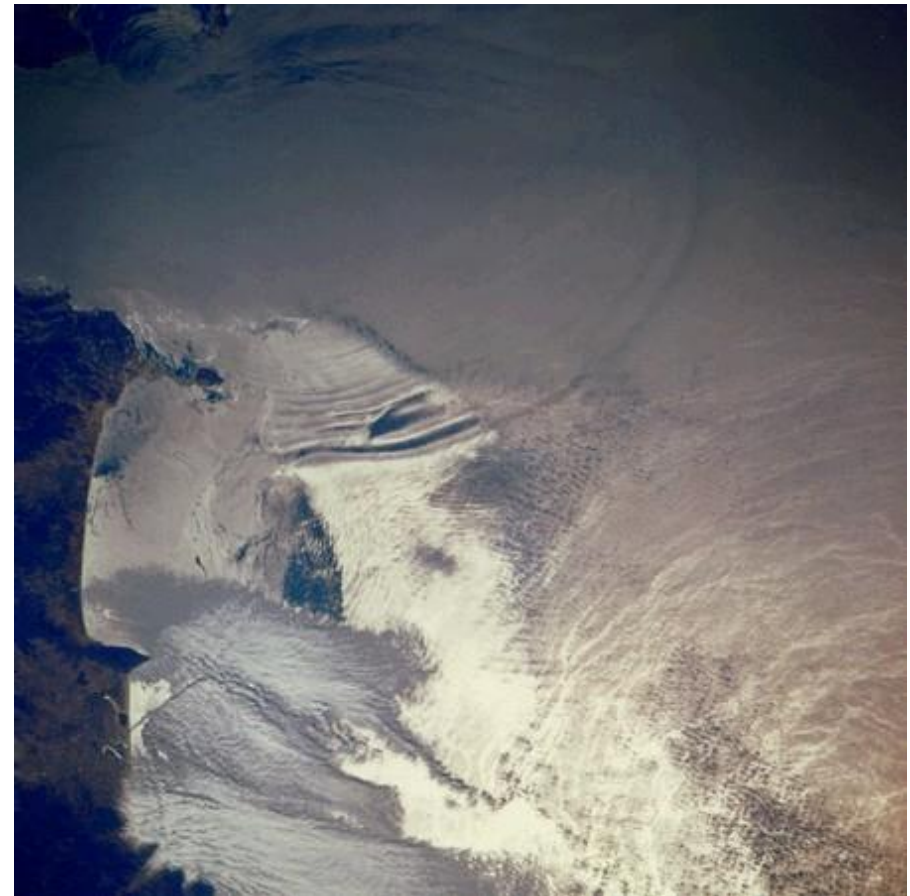
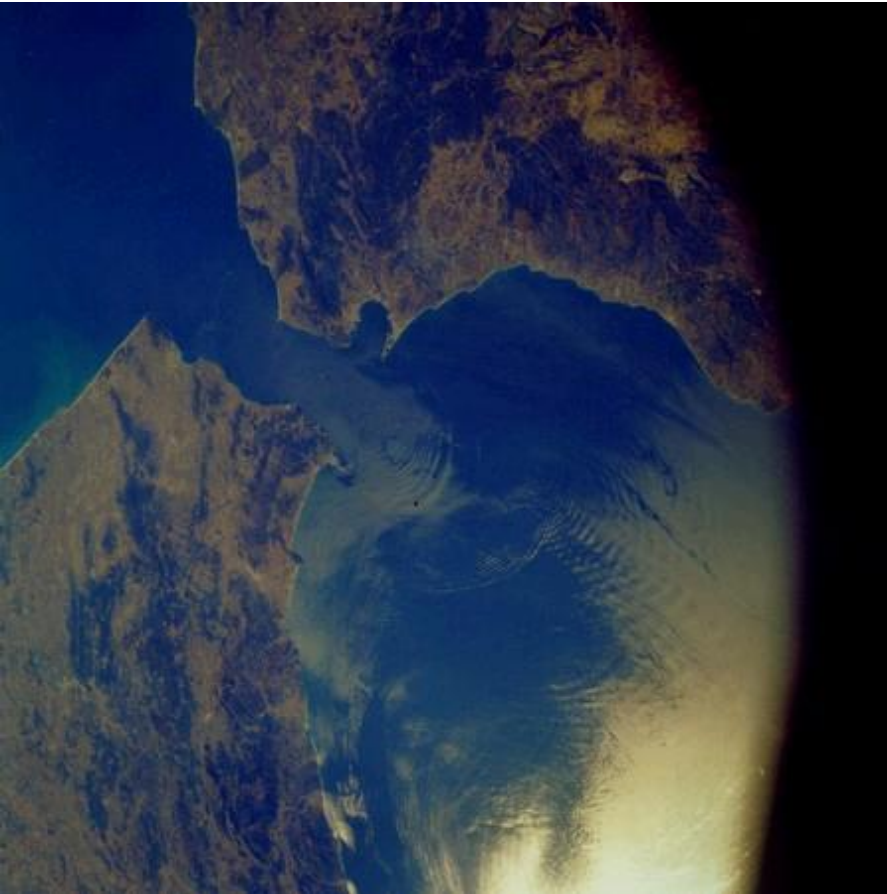
Comparisons of internal solitary wave and surface wave actions on marine structures and their responses

Applied Ocean Research, 2011, 33, 120-129

Сравнение между действием на платформу поверхностных и внутренних волн показало, что в горизонтальном направлении действие внутренних волн составляет только 9% от результирующего действия поверхностной волны за годовой период повторяемости и 5% от волны за 50-летний период повторяемости. В вертикальном же направлении силы, вызванные внутренней волной, в 30 раз больше сил от поверхностной волны с годовым периодом повторяемости и в 1.7 раза больше, чем от волны с 50-летним периодом повторяемости. Внутренние волны сильнее влияют на дно платформы, чем поверхностные.

Мотивация 4

Поверхностные проявления внутренних волн



Мотивация 5

Воздействие внутренних волн на акустические сигналы

*Acoustical Physics, Vol. 46, No. 6, 2000, pp. 684–691. Translated from Akusticheskiĭ Zhurnal, Vol. 46, No. 6, 2000, pp. 779–788.
Original Russian Text Copyright © 2000 by Katsnel'son, Pereselkov.*

Low-Frequency Horizontal Acoustic Refraction Caused by Internal Wave Solitons in a Shallow Sea

B. G. Katsnel'son and S. A. Pereselkov

OCEAN-ACOUSTIC SOLITARY WAVE STUDIES AND PREDICTIONS

A. C. WARN-VARNAS, S. A. CHIN-BING, D. B. KING and Z. HALLOCK
Naval Research Laboratory, Stennis Space Center, MS 39529, U.S.A.

J. A. HAWKINS
Planning Systems Inc., Slidell, LA 70458, U.S.A.



Surveys in Geophysics **24**: 39–79, 2003.

© 2003 Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.

Уравнение Гарднера в теории океанических внутренних волн

Получено с помощью асимптотической процедуры из основных уравнений гидродинамики

Талипова Т.Г., Пелиновский Е.Н., Ламб К., Гримшоу Р., Холловэй П. Эффекты кубической нелинейности при распространении интенсивных внутренних волн. *ДАН*, 1999, т. 364, № 6, 824 – 827.

Holloway P, Pelinovsky E., Talipova T. A Generalised Korteweg - de Vries model of internal tide transformation in the coastal zone. *J. Geophys. Research*, 1999, vol. 104, No. C8, 18,333 – 18,350.

Пелиновский Е.Н., Полухина О.Е., Лэмб К. Нелинейные внутренние волны в океане, стратифицированном по плотности и течению. *Океанология*, 2000, 40, № 6, 805 - 815.

Grimshaw, R., Pelinovsky, E., Poloukhina, O. Higher-order Korteweg-de Vries models for internal solitary waves in a stratified shear flow with a free surface. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2002, vol. 9, 221-235.

Волны малой и умеренной амплитуды

Уравнение Кортевега - де Вриза и Гарднера

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (c + \alpha \eta + \alpha_1 \eta^2) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0$$

Коэффициенты этого уравнения вычисляются по заданной гидрологии океана (далее)

Полностью интегрируемая модель

Солитоны в уравнении Гарднера

sign of α_1

$$u(x, t) = \frac{A}{1 + B \cosh(\gamma(x - Vt))},$$

$$\alpha_1 < 0$$

Limited amplitude

$$a_{\text{lim}} = -\alpha/\alpha_1$$

$$\alpha_1 > 0$$

$$A = \frac{6\beta\gamma^2}{\alpha},$$

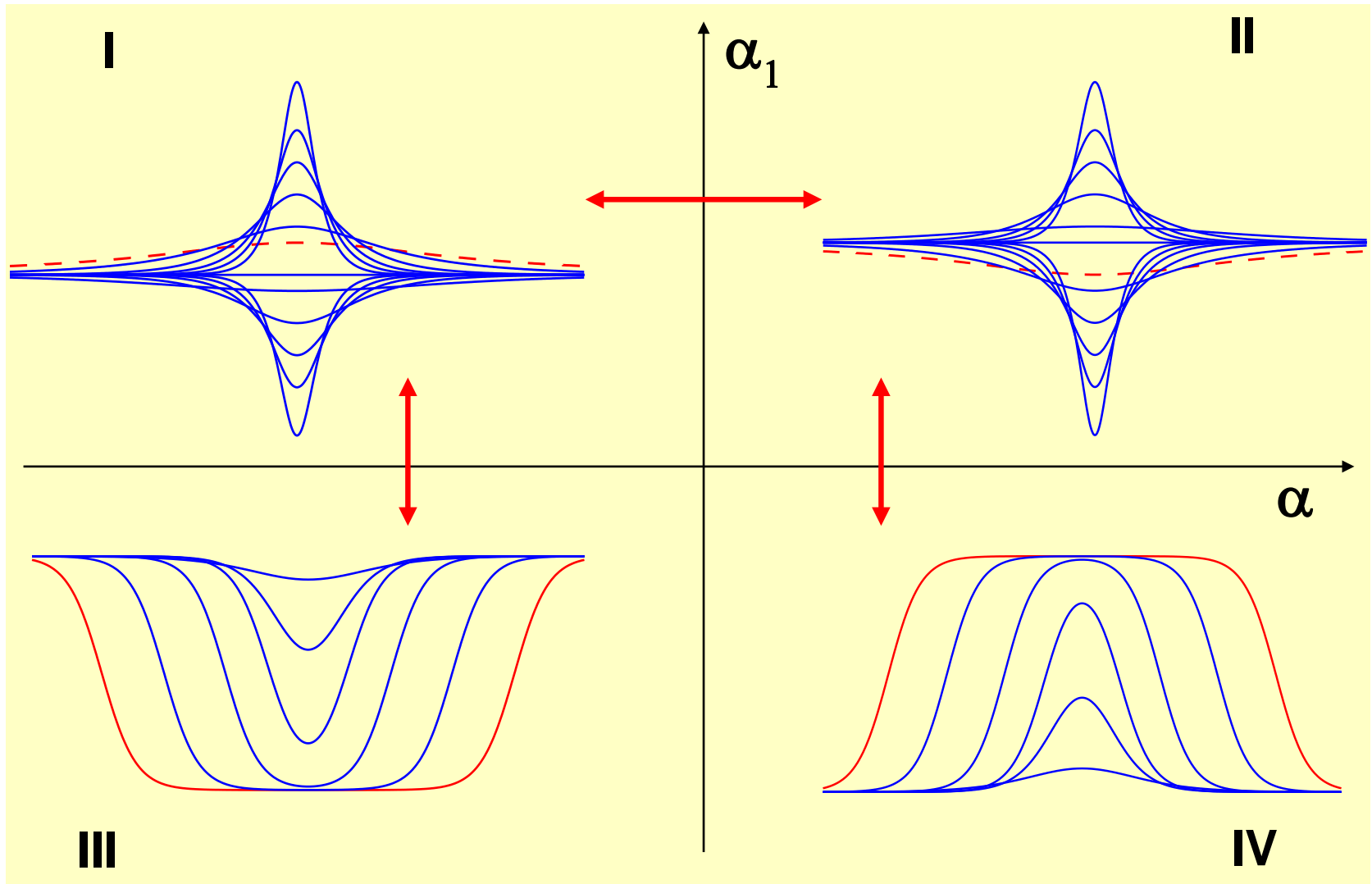
$$B^2 = 1 + \frac{6\alpha_1\beta\gamma^2}{\alpha^2},$$

$$V = \beta\gamma^2$$

$$a = \frac{A}{1 + B}$$

**Two branches of solitons of both polarities,
algebraic soliton $a_{\text{lim}} = -2\alpha/\alpha_1$**

Солитоны в уравнении Гарднера

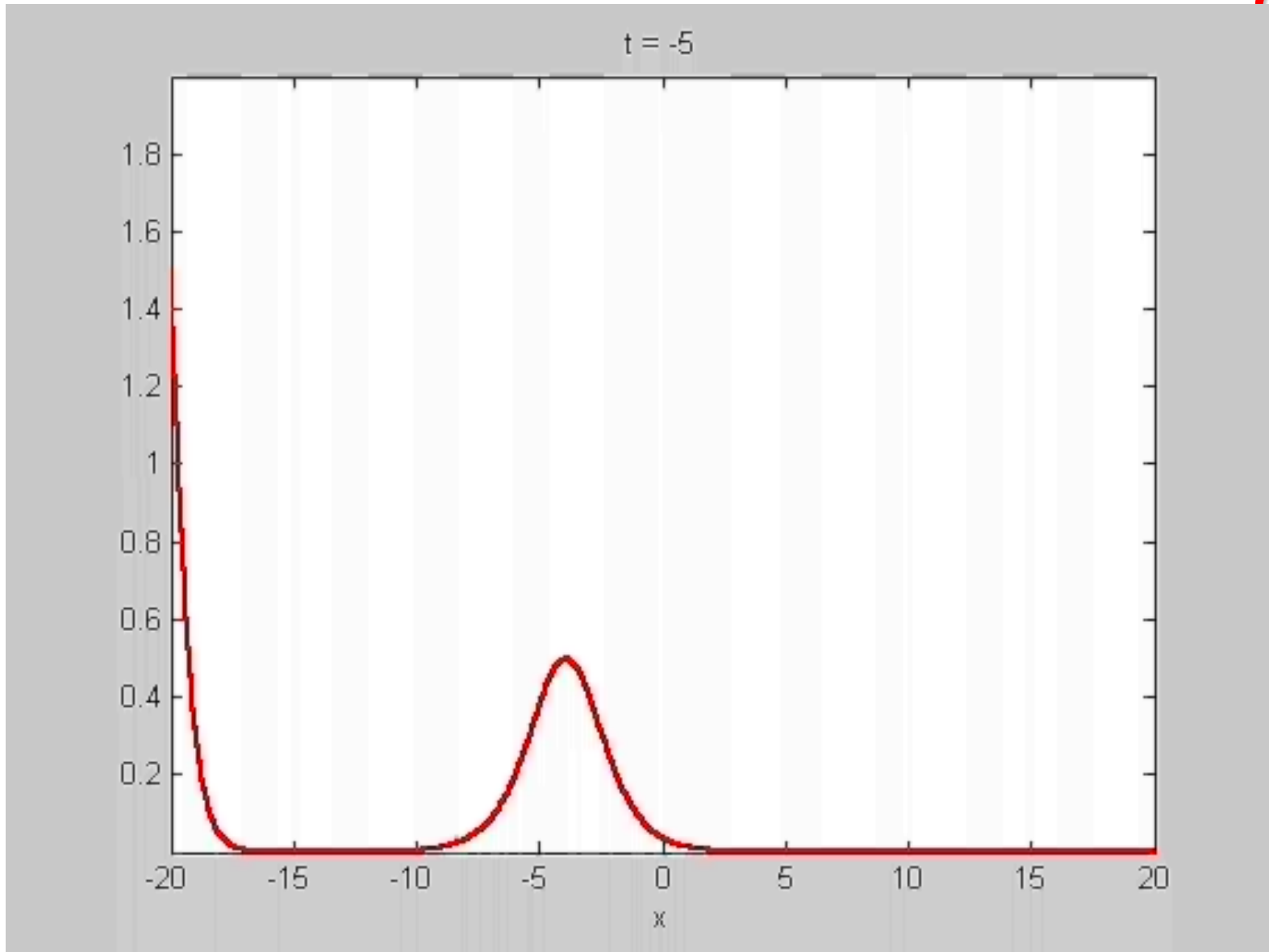


Отрицательная
полярность

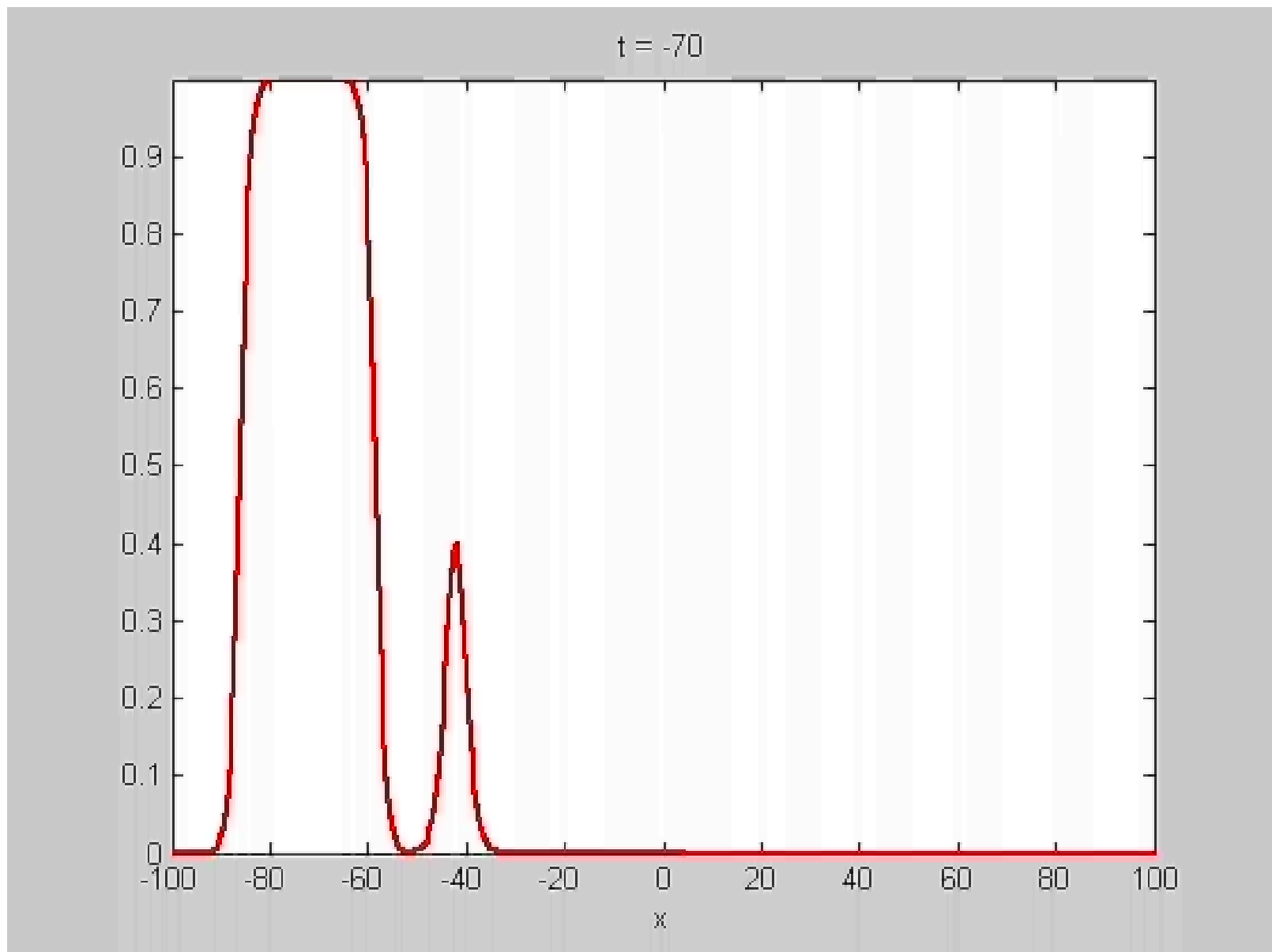
Положительная
полярность

Взаимодействие двух солитонов: КдВ

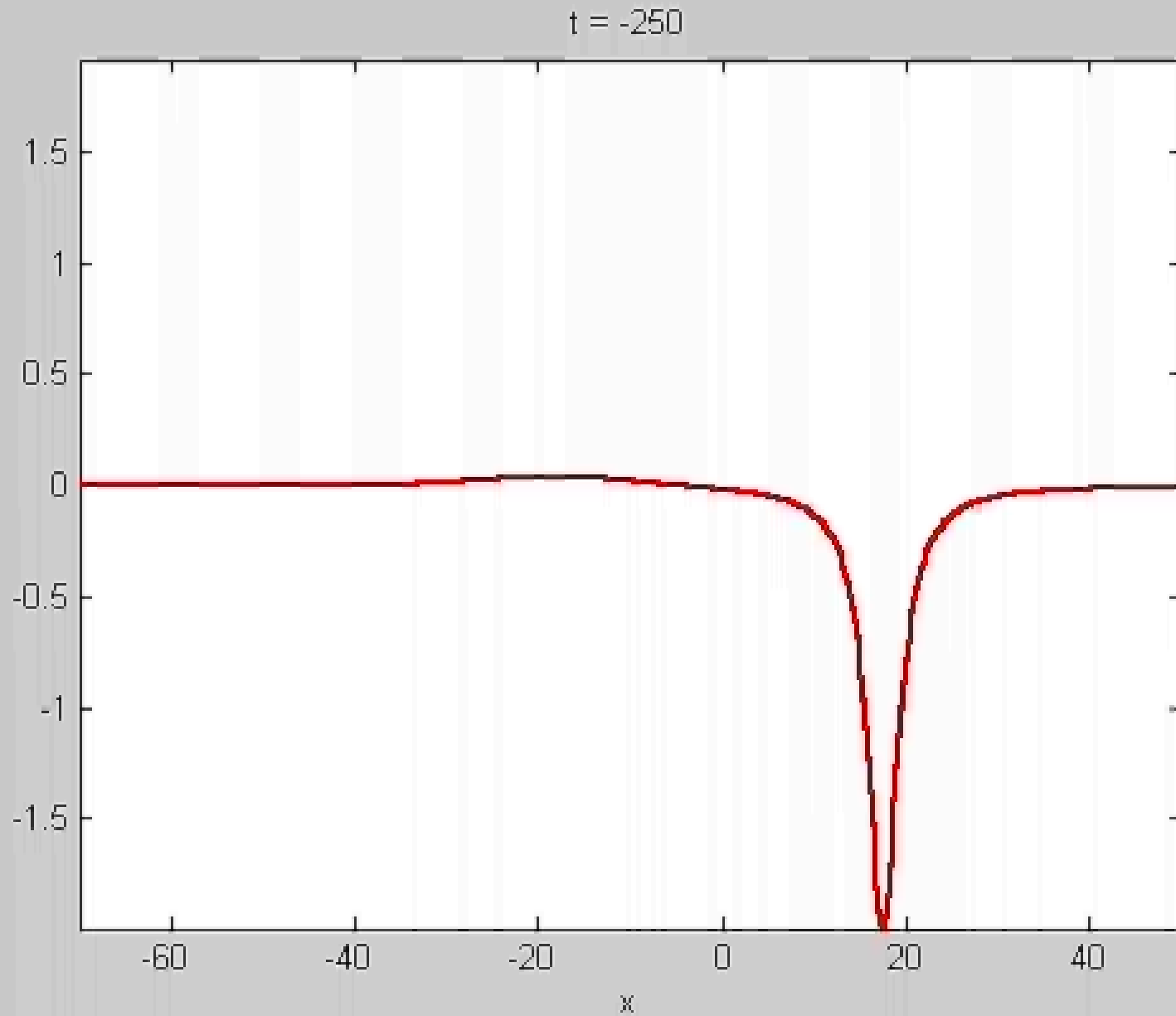
$$\alpha_1 = 0$$



Взаимодействие двух солитонов : $\alpha_1 < 0$



Взаимодействие двух солитонов $\alpha_1 > 0$



Бризеры в уравнении Гарднера

$$\alpha_1 > 0$$

$\beta = 1, \alpha = 12q, \alpha_1 = 6,$ where q is arbitrary)

$$u = 2 \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{atan} \frac{l \operatorname{ch}(\Psi) \cos(\theta) - k \cos(\Phi) \operatorname{sh}(\kappa)}{l \operatorname{sh}(\Psi) \sin(\theta) + k \sin(\Phi) \operatorname{ch}(\kappa)}$$

θ and κ are the phases of carrier wave and envelope

$$\theta = k(x - wt) + \theta_0, \quad \kappa = l(x - vt) + \kappa_0$$

propagating with speeds

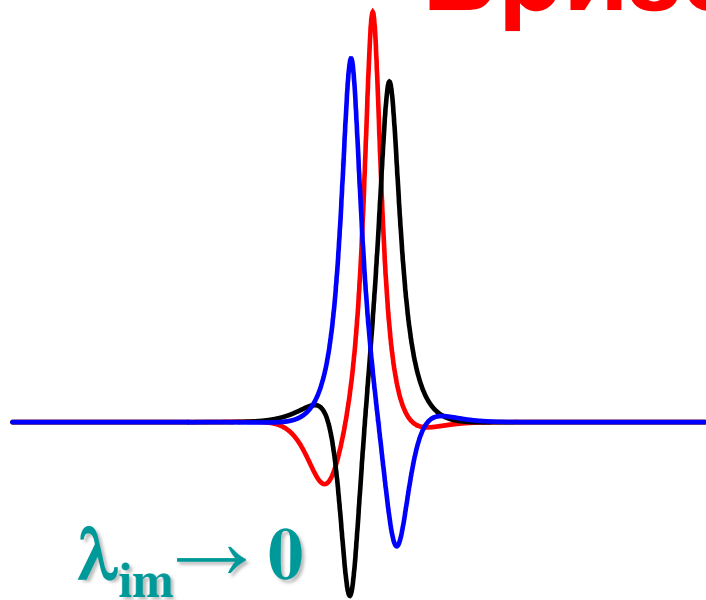
$$w = -k^2 + 3l^2, \quad v = -3k^2 + l^2$$

There are 4 free parameters: θ_0, κ_0 and two energetic parameters

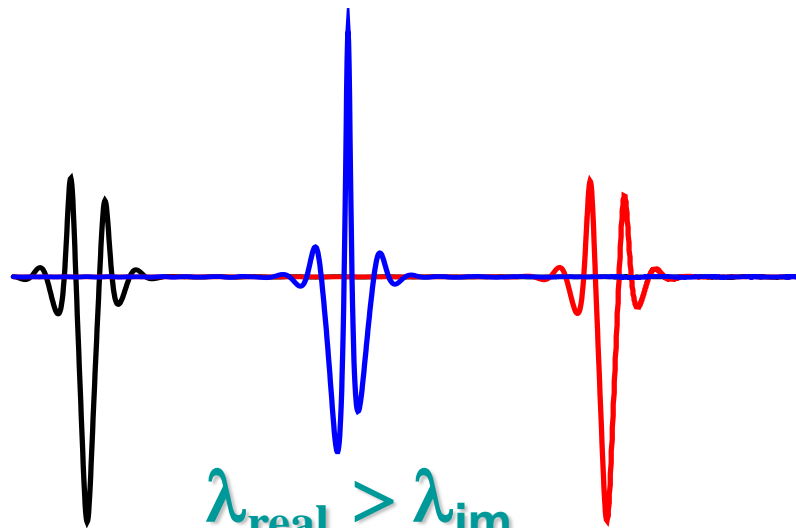
$$\Phi + i\Psi = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{l + ik}{2q} \right]$$

$$k = q \frac{\operatorname{sh}(2\Psi)}{\cos^2(\Phi) \operatorname{ch}^2(\Psi) + \sin^2(\Phi) \operatorname{sh}^2(\Psi)} \quad l = q \frac{\sin(2\Phi)}{\cos^2(\Phi) \operatorname{ch}^2(\Psi) + \sin^2(\Phi) \operatorname{sh}^2(\Psi)}$$

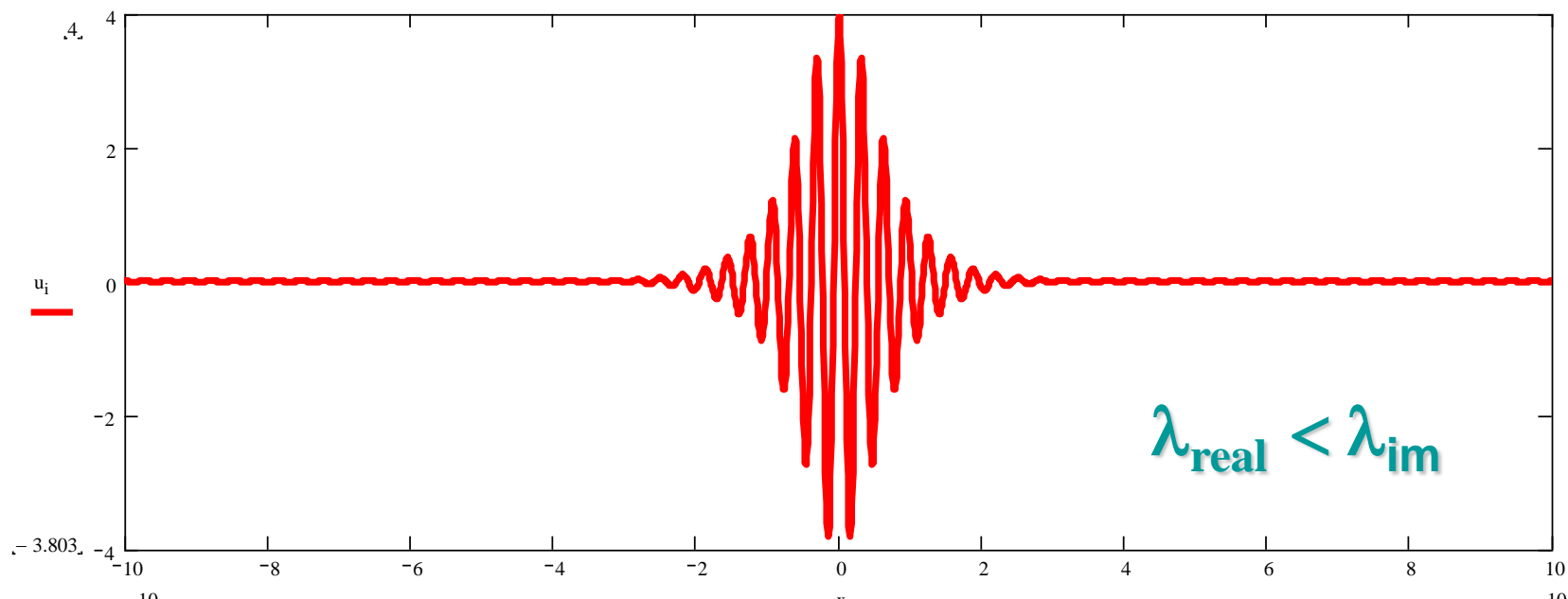
Бризеры Гарднера



$\lambda_{\text{im}} \rightarrow 0$

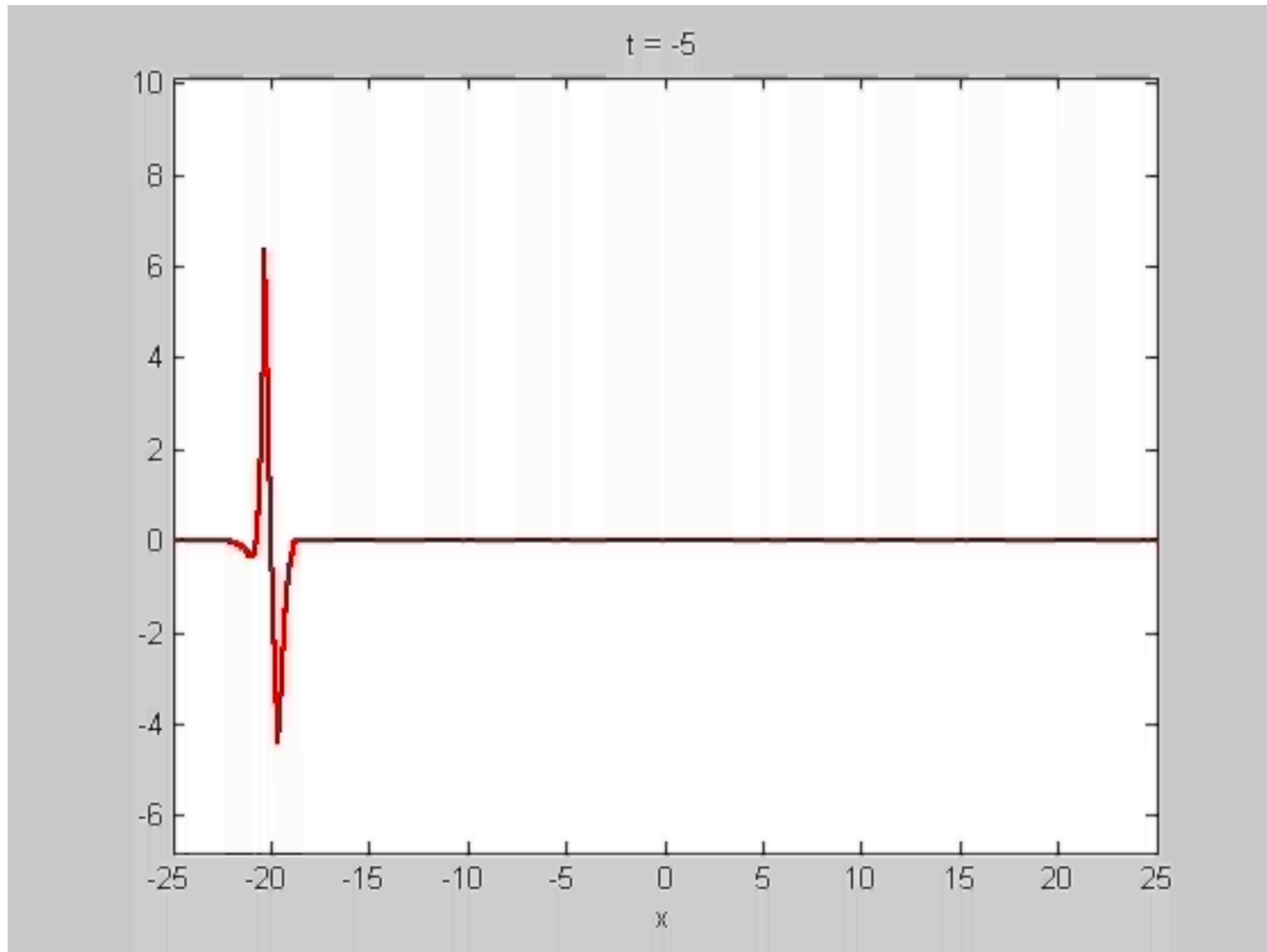


$\lambda_{\text{real}} > \lambda_{\text{im}}$



$\lambda_{\text{real}} < \lambda_{\text{im}}$

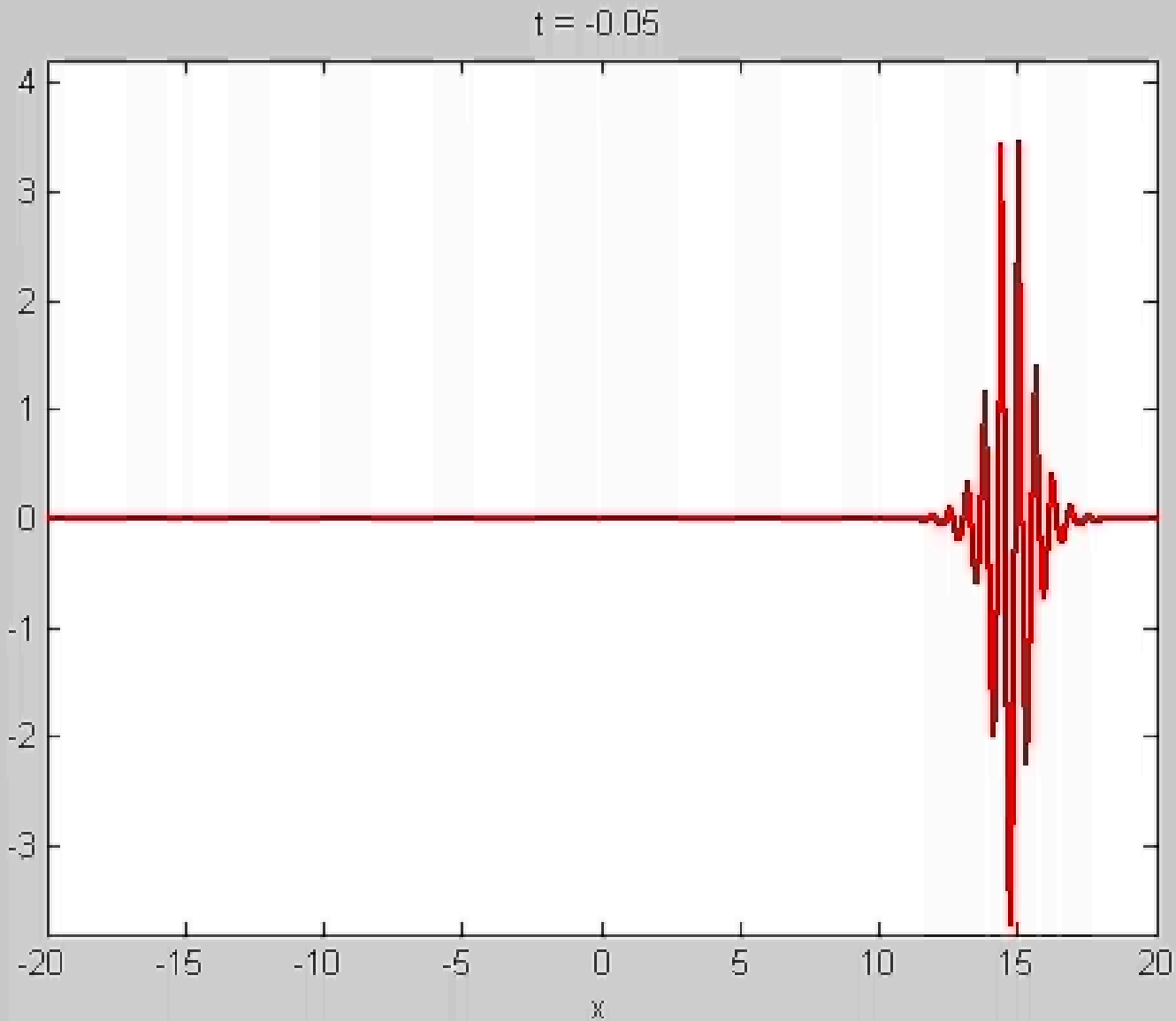
Бризер: пара связанных солитонов



$\alpha_1 >$
0

Бризер: волновой пакет

$\alpha_1 >$
 0



Undular bores on sea surface



A criterion for the transition from a breaking bore to an undular bore has been revised on a base of field observations (Pelinovsky et al, 2015): the undular structure of the bores is typical if $H < 1.5 h$, where H is bore height measured from the bottom and h is unperturbed depth of a reservoir.

Internal undular bores

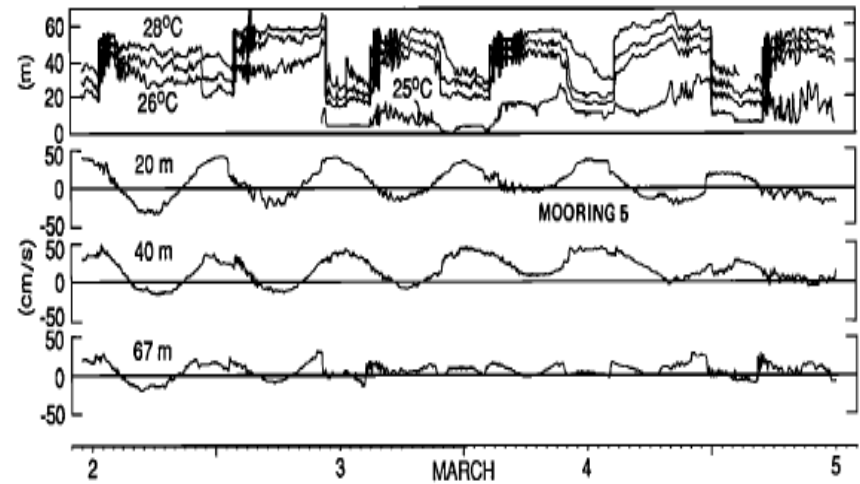
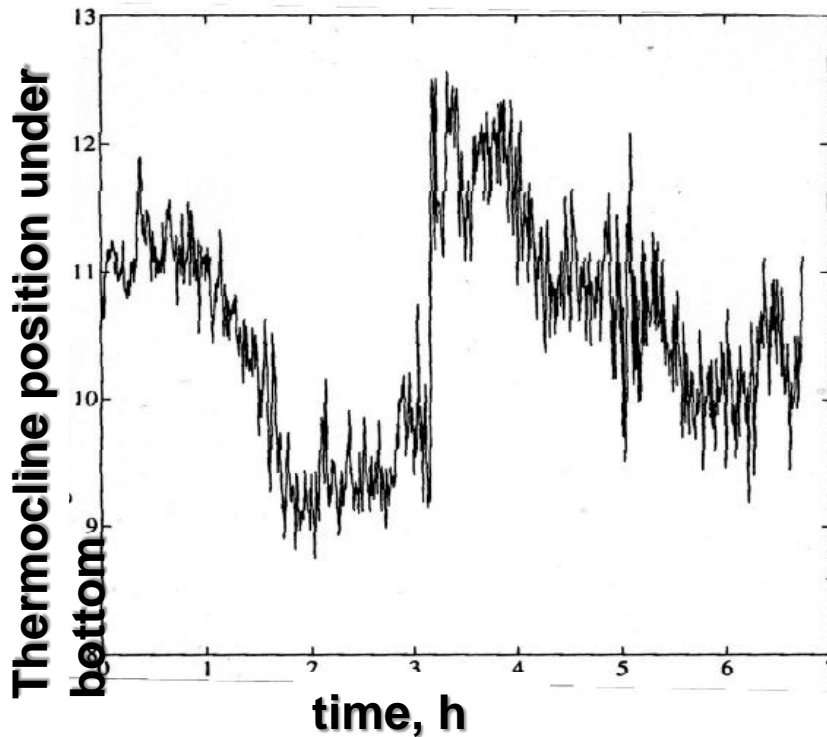


Fig. 2. Time series of isotherm heights and onshore component of the currents at different depths from North Rankin and mooring 5 for the period March 2-5, 1982.

Shapiro G. I., Shevchenko V. P.,
Lisitsyn A. P., Serebryany A. N.,
Politova N. V., Akivis T. M. Influence of
internal waves on the suspended sediment
distribution in the Pechora Sea. *Doklady
Earth Sciences*. 2000, 373, 5, 899—901.

Holloway P. Internal hydraulic
jumps and solitons at a shelf break
region on the Australian North
West Shelf. *J. Geophys. Res.* 1987,
92, 5405—5416

The KdV equation practically is actual for the surface waves, influence of the negative cubic nonlinearity is negligible here.

Kit E., Shemer L., Pelinovsky E., Talipova T., Eitan O., Jiao H. Nonlinear Wave Group Evolution in Shallow Water. 2000, *J. Waterway, Port, Coastal Ocean Eng.*, V. 126, No. 5, 221-228

The Gardner equation with both signs of both nonlinearities is valid for internal waves.

Holloway P, Pelinovsky E., Talipova T. A Generalized Korteweg - de Vries Model of Internal Tide Transformation in the Coastal Zone, 1999, *J. Geophys. Res.*, V. 104, C8, 18333-18350

The Gardner equation is obtained for the ion-acoustic waves in plasmas, and the effects described below may be interpreted for plasma waves. The cubic nonlinear term may have both signs here

Ruderman M.S., Talipova T., Pelinovsky, E. Dynamics of modulationally unstable ion-acoustic wave packets in plasmas with negative ions. *J. Plasma Physics*, 2008, V. 74, No. 5, 639-656.

Уравнение Гарднера с вращением

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} + (c + \alpha \eta + \alpha_1 \eta^2) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right) = \frac{f^2}{2c} \eta$$

дисперсия

$$\beta = \frac{\int (c - U)^2 \Phi^2 dz}{2 \int (c - U) (d\Phi / dz)^2 dz}$$

**Квадратичная
нелинейность**

$$\alpha = \frac{3 \int (c - U)^2 (d\Phi / dz)^3 dz}{2 \int (c - U) (d\Phi / dz)^2 dz}$$

**f - параметр
Кориолиса**

η – смещение на горизонте максимума Φ

Смещение на других горизонтах:

$$\zeta(x, z, t) = \eta(x, t) \Phi(z) + \eta^2 T(z) + \dots$$

Кубическая нелинейность

$$\alpha_1 = -\frac{3}{2} \frac{\int \Theta dz}{\int (c-U)(d\Phi/dz)^2 dz}$$

$$\Theta = (c-U)^2 (d\Phi/dz)^2 \left[2(d\Phi/dz)^2 - 3(dT/dz) \right] -$$

$$-\frac{\alpha}{3} (c-U)(d\Phi/dz) \left[5(d\Phi/dz)^2 - 4(dT/dz) \right] + \frac{\alpha^2}{3} (d\Phi/dz)^2$$

Нелинейная коррекция моды

$$\frac{d}{dz} \left[(c-U)^2 \frac{dT}{dz} \right] + N^2 T =$$

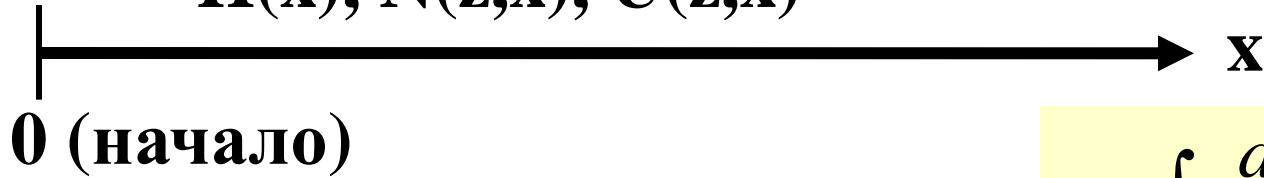
$$T = 0 \quad \text{where } z = 0, H$$

$$T = 0 \quad \text{where } \Phi(z) = 1$$

$$= \frac{3}{2} \frac{d}{dz} \left[(c-U)^2 \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 \right] - \alpha \frac{d}{dz} \left[(c-U) \frac{d\Phi}{dz} \right]$$

Горизонтальная изменчивость океана

$H(x), N(z,x), U(z,x)$



$$\xi(\tau, x) = \frac{\eta(\tau, x)}{Q(x)}$$

$$\tau = \int \frac{dx}{c(x)} - t, \quad x = x$$

Q – *линейный*
коэффициент усиления

$$Q = \sqrt{\frac{c_0^2 \int (c_0 - U_0) (d\Phi_0 / dz)^2 dz}{c^2 \int (c - U) (d\Phi / dz)^2 dz}}$$

МОДЕЛЬ

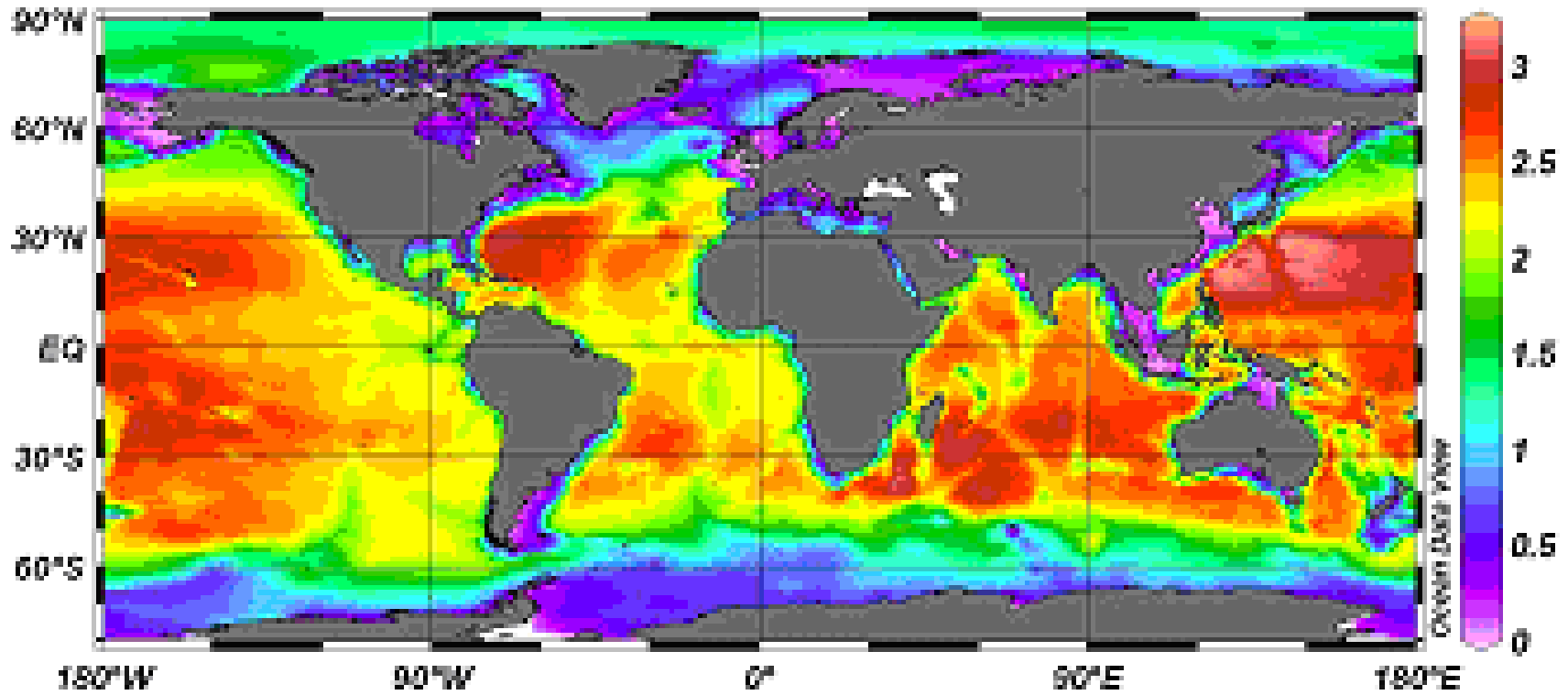
$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \left(\frac{\alpha Q}{c^2} \xi + \frac{\alpha_1 Q^2}{c^2} \xi^2 \right) \frac{\partial \xi}{\partial \tau} + \frac{\beta}{c^4} \frac{\partial^3 \xi}{\partial \tau^3} + \frac{kcQ}{\beta} \xi |\xi| = \frac{f^2}{2c} \int \xi d\tau$$

Modelling Internal Solitary Waves in the Coastal Ocean

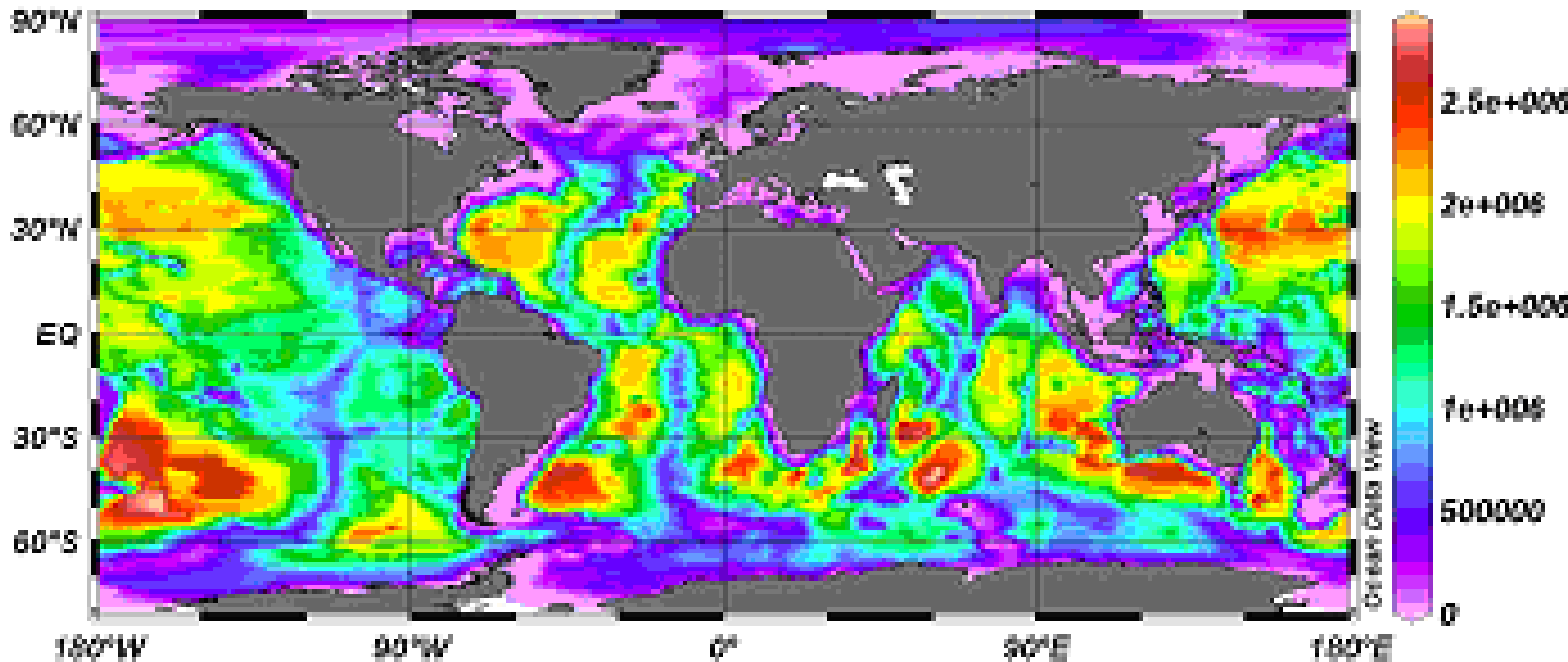
Roger Grimshaw · Efim Pelinovsky · Tatiana Talipova

Received: 18 December 2006 / Accepted: 4 June 2007 / Published online: 7 July 2007
© Springer Science+Business Media B.V. 2007

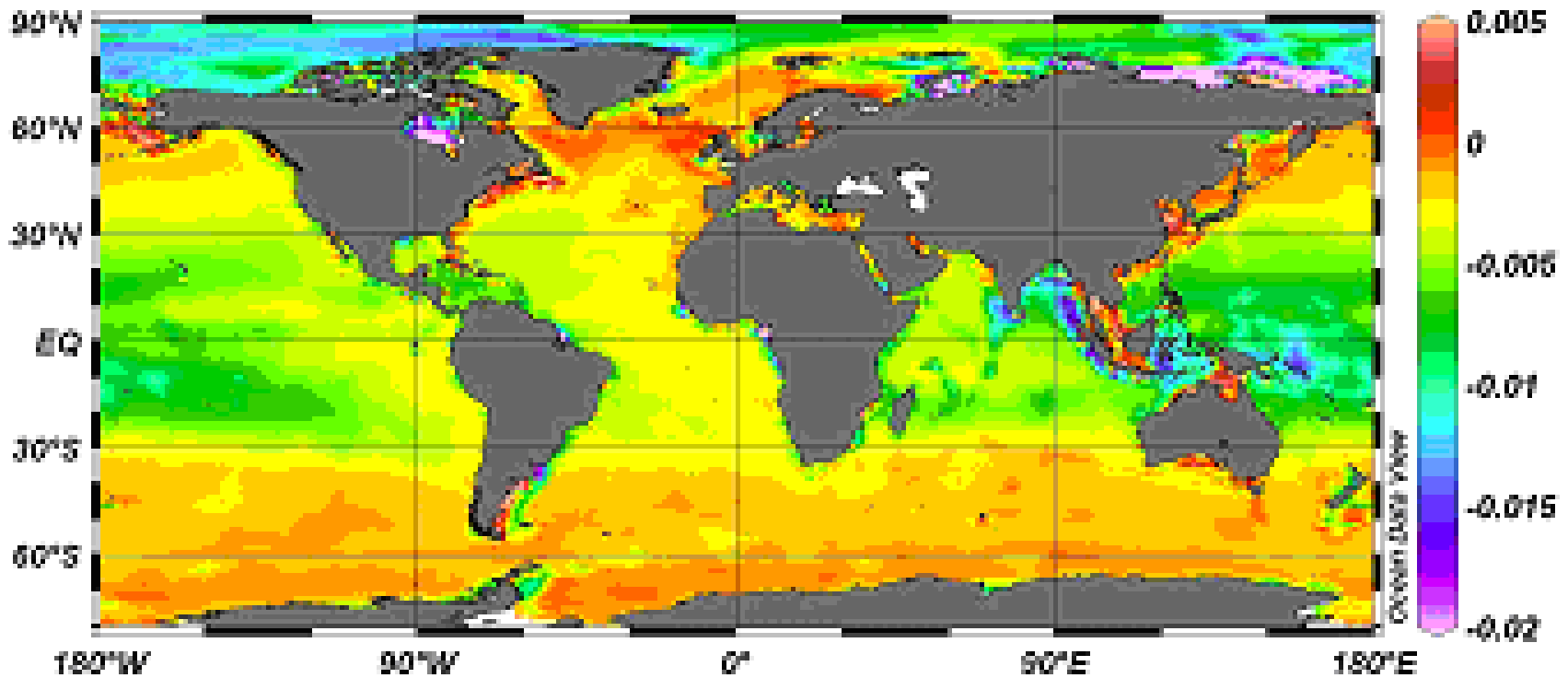
Abstract In the coastal oceans, the interaction of currents (such as the barotropic tide) with topography can generate large-amplitude, horizontally propagating internal solitary waves. These waves often occur in regions where the waveguide properties vary in the direction of propagation. We consider the modelling of these waves by nonlinear evolution equations of the Korteweg–de Vries type with variable coefficients, and we describe how these models are used to describe the shoaling of internal solitary waves over the continental shelf and slope. The theories are compared with various numerical simulations.



Linear Long Internal Wave Speed, c

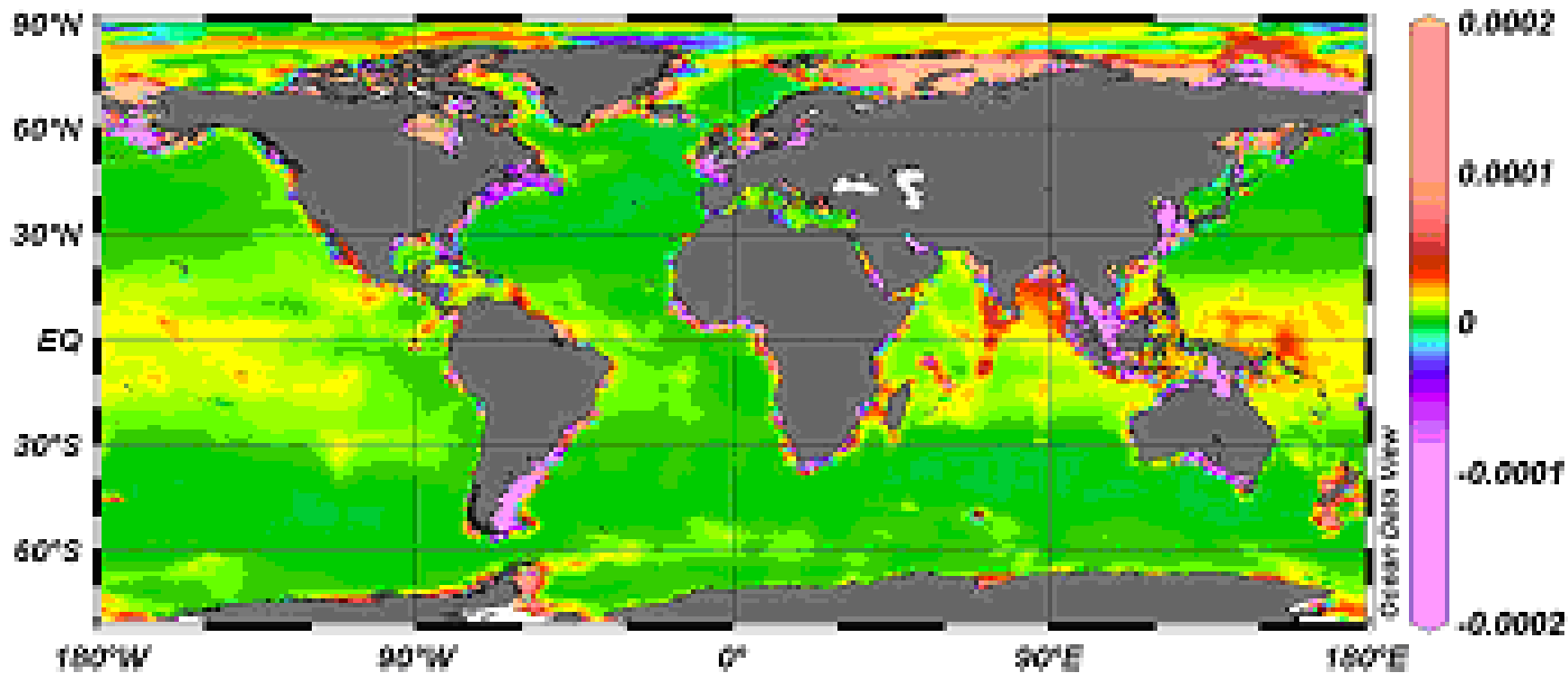


Dispersion Coefficient
(положителен)



Quadratic Nonlinear Term

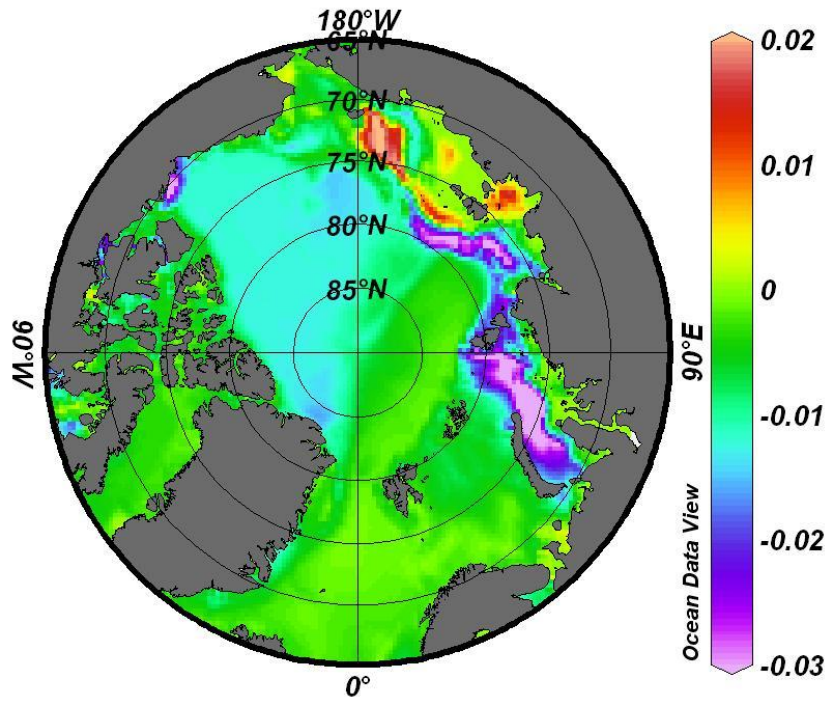
Variable Sign!



Cubic Nonlinear Term

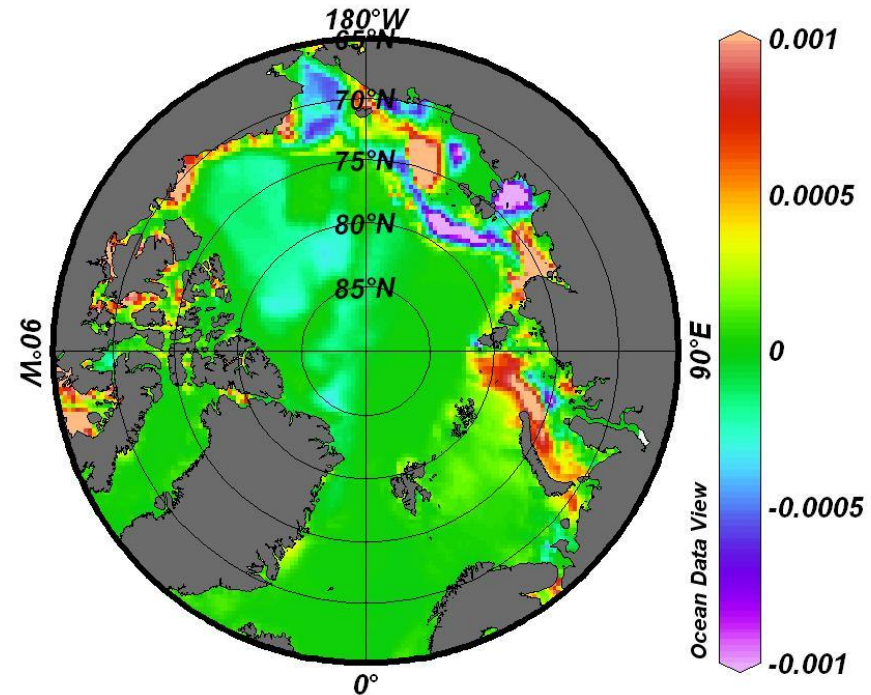
Variable Sign!

Квадратичная нелинейность, α , с^{-1}



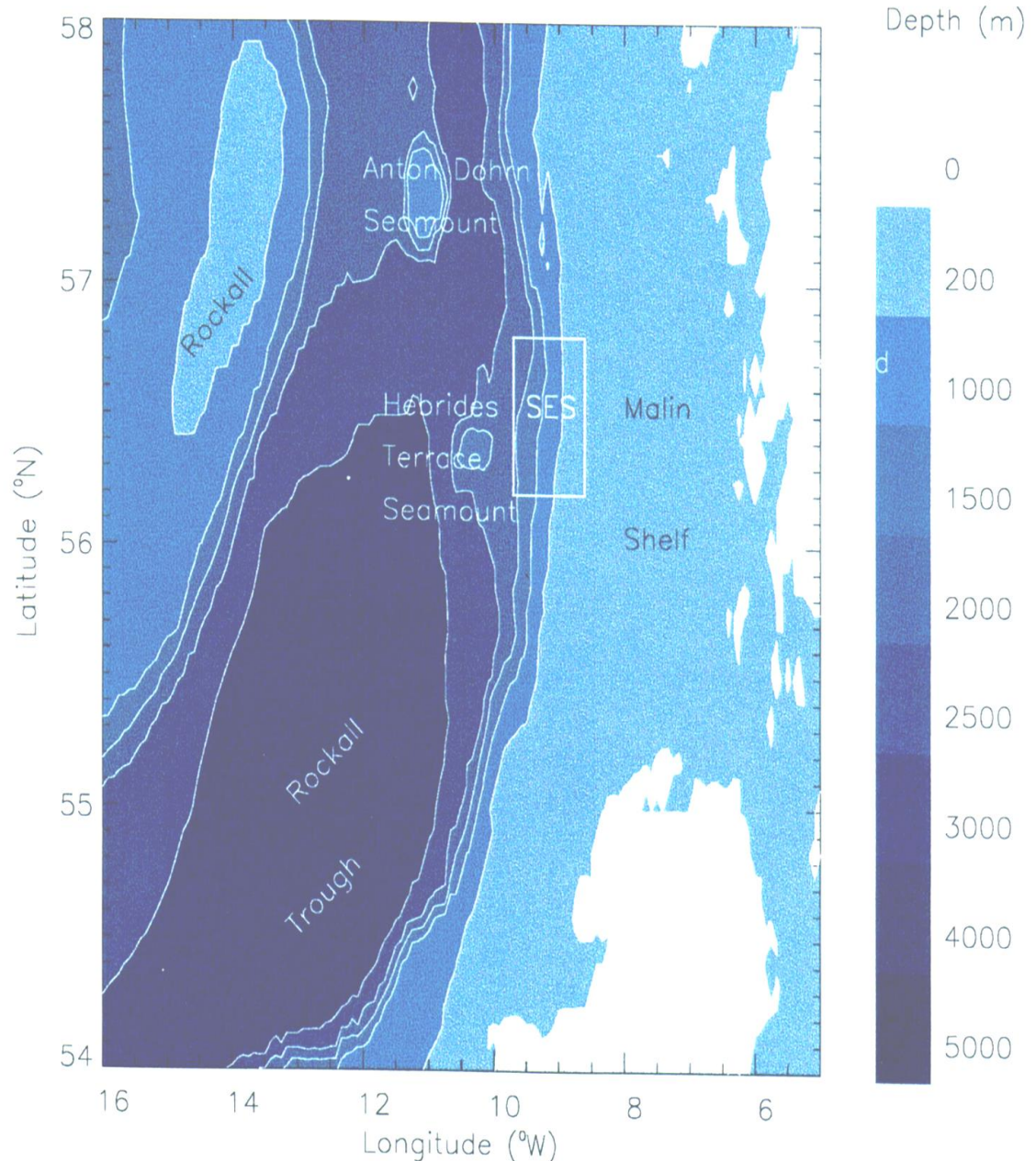
Арктика

Кубическая нелинейность, α , $\text{м}^{-1}\text{с}^{-1}$

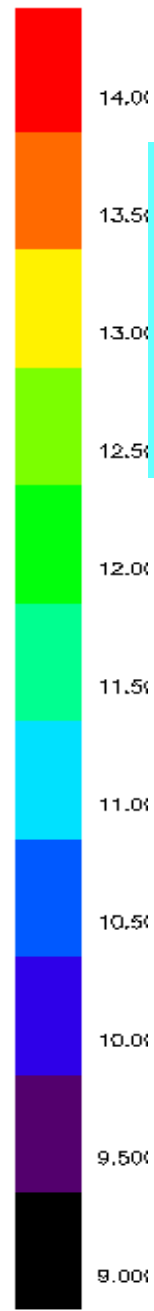
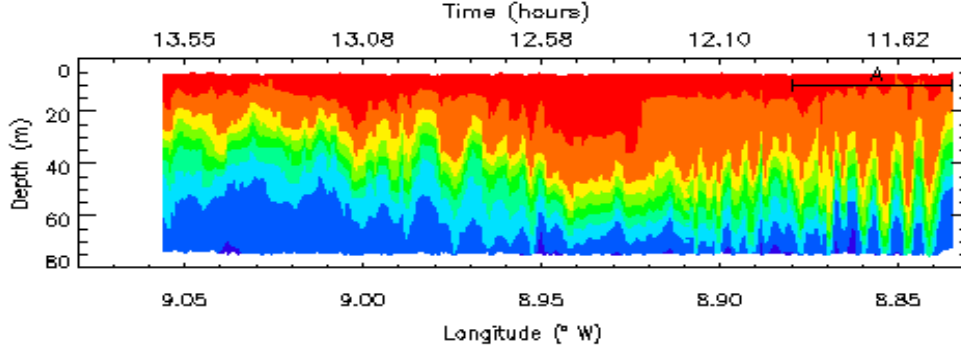
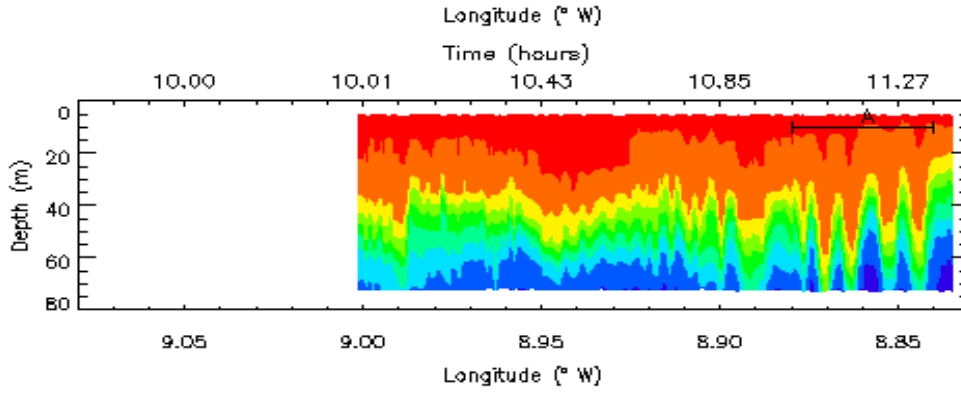
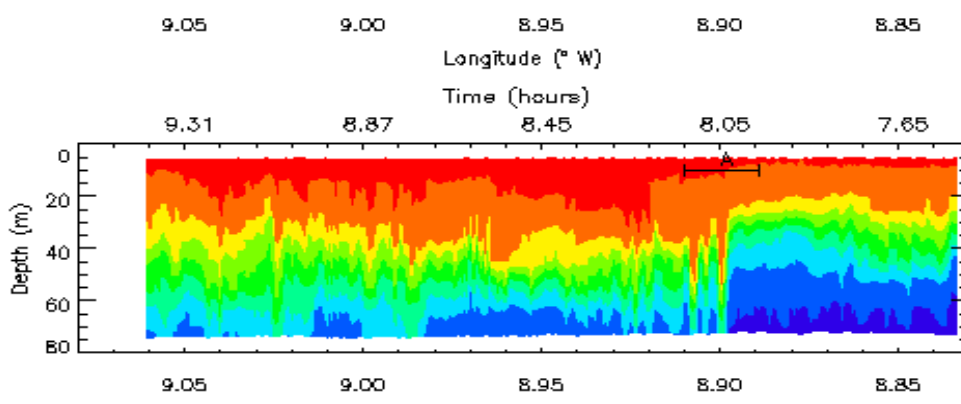
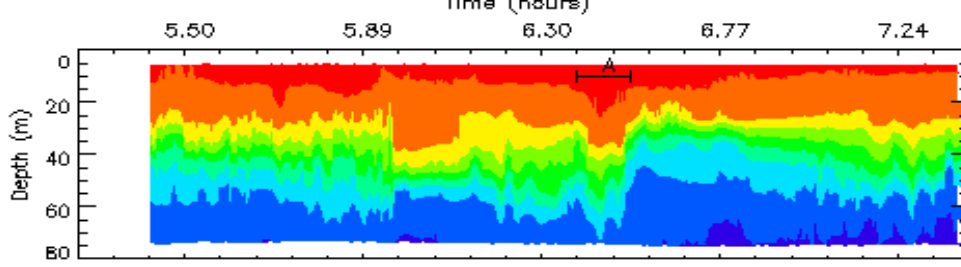


SESAME

(1996)
(Shelf Edge
Study Acoustic
Measurement
Experiment)



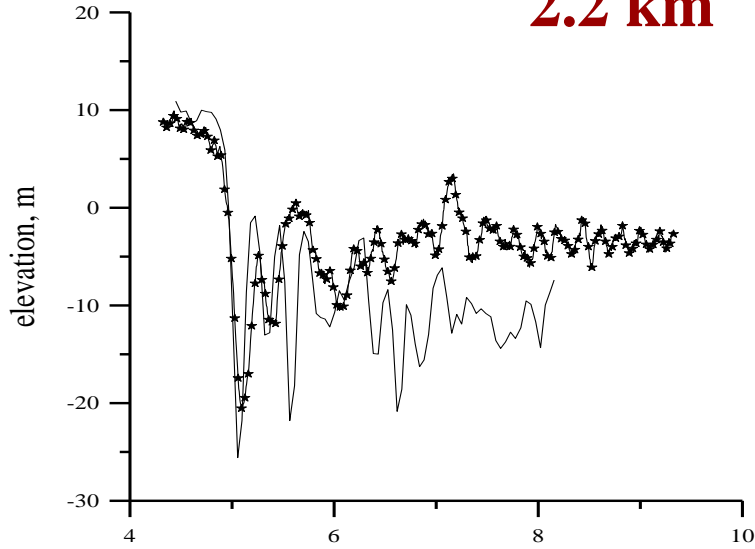
Ship tows: Thermistor chain and ADCP (**DERA, NRL**)



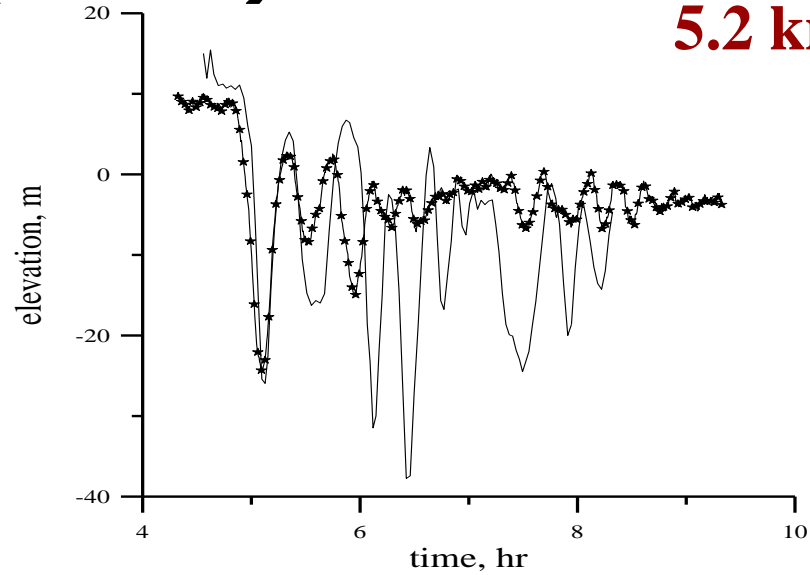
Наблюдения

Сравнение Модельный расчет (звездочки) и наблюдение (линия)

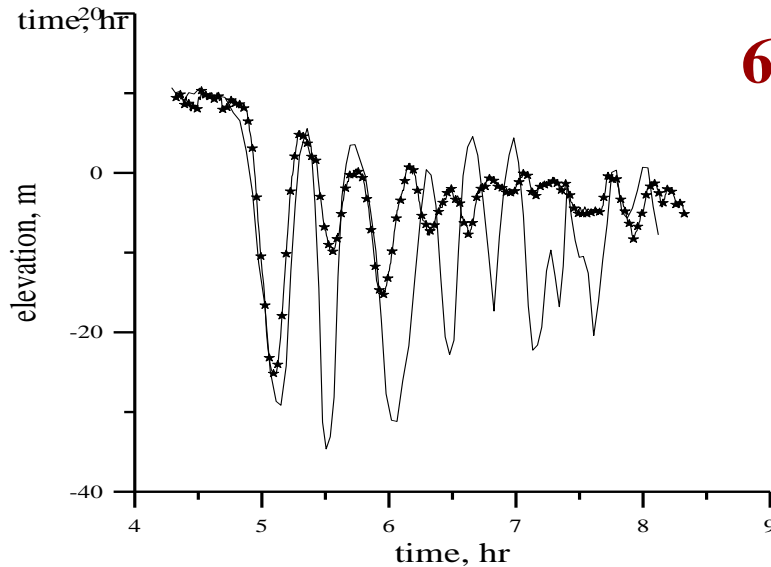
2.2 km



5.2 km



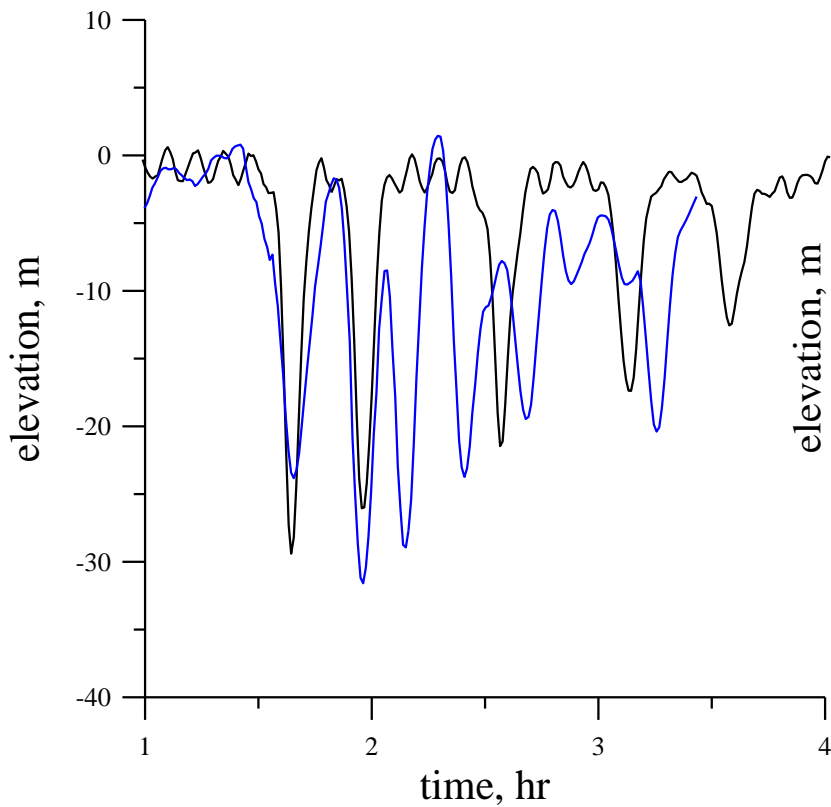
6.1 km



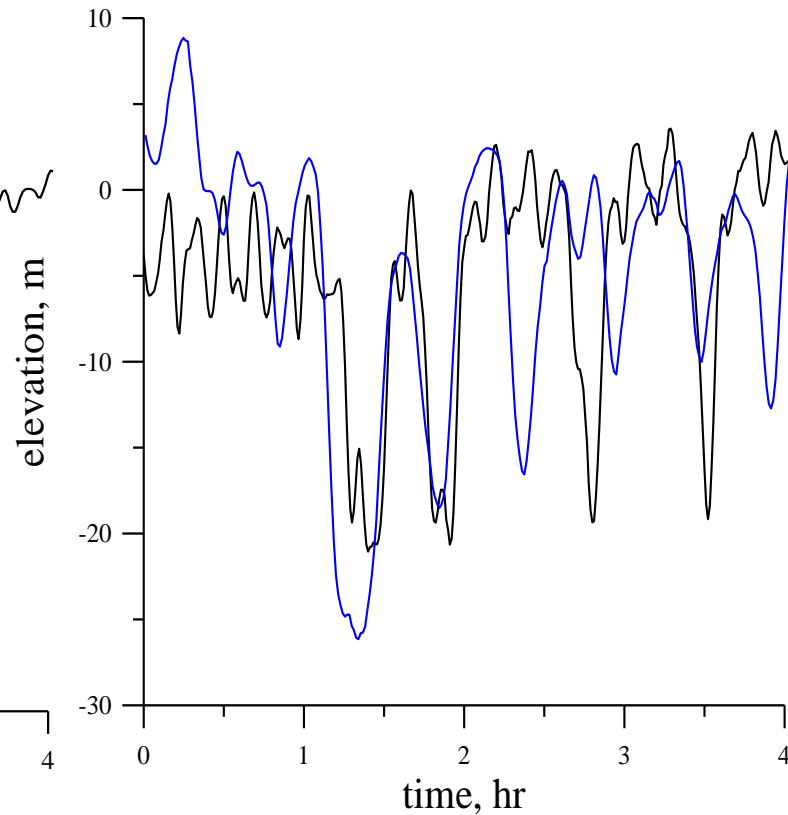
Шельф Португалии

Голубая линия – наблюдение, *черная* – результат моделирования

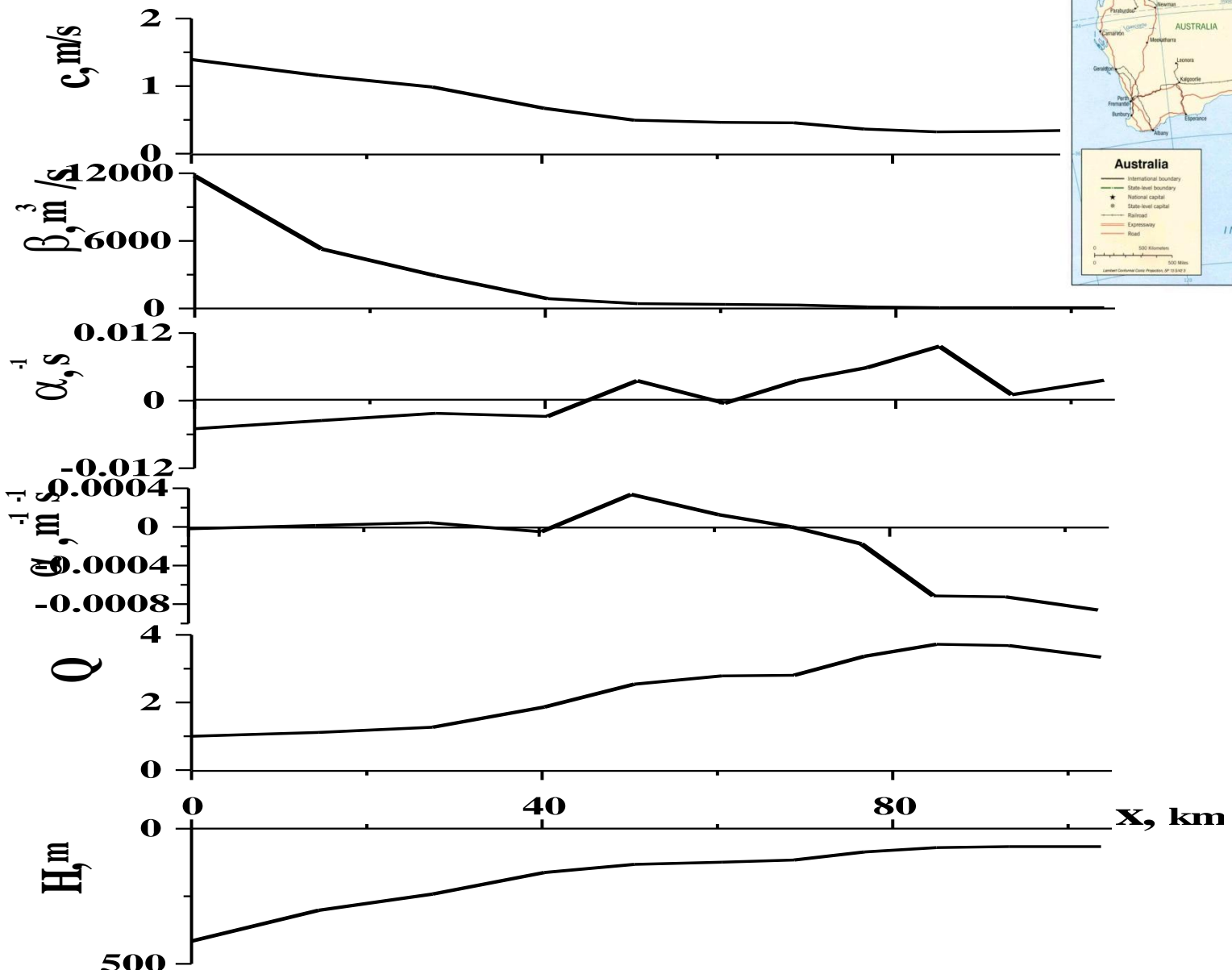
13.6 km



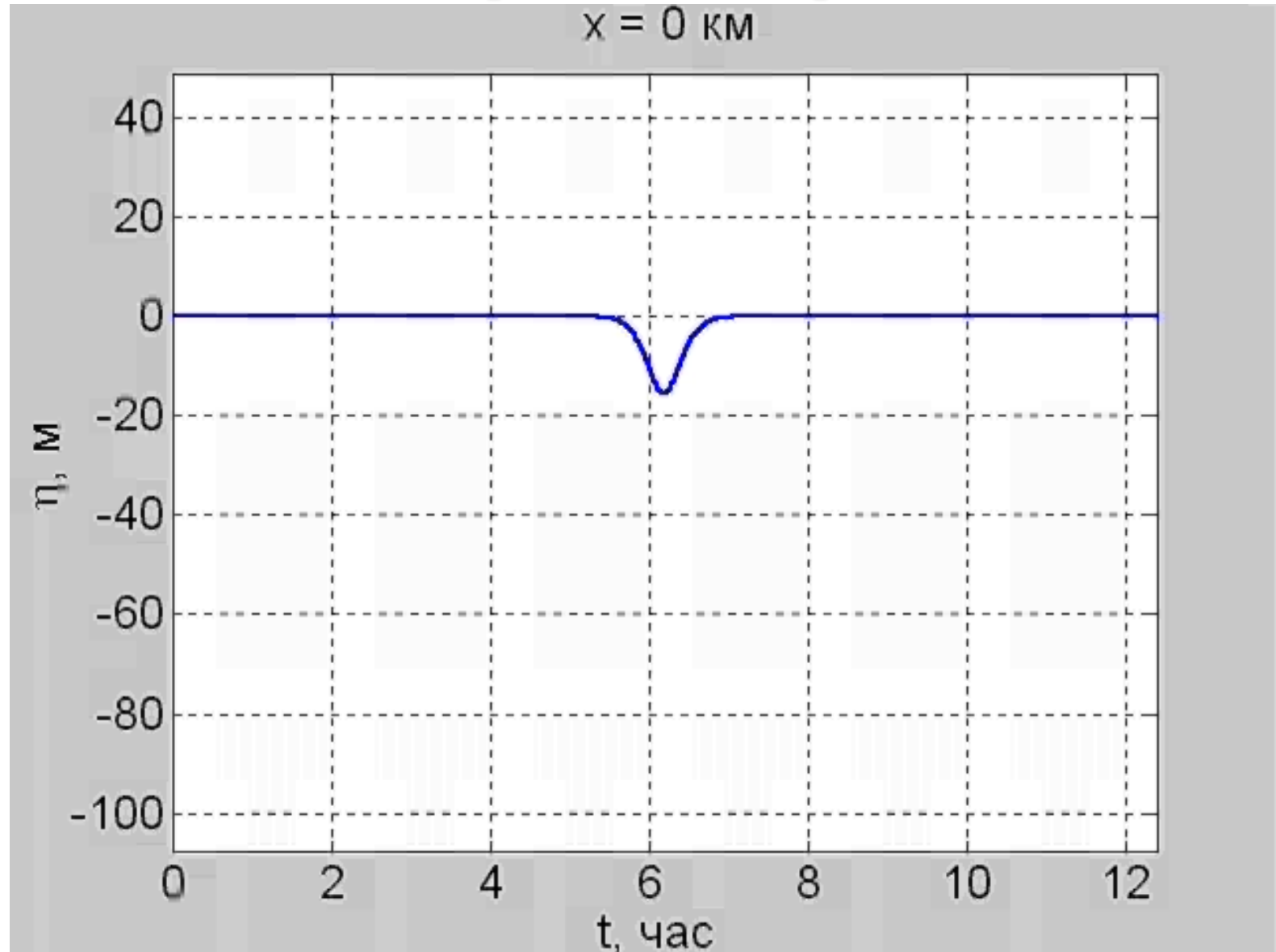
26.3 km



Коэффициенты уравнения Гарднера на шельфе Австралии



Трансформация солитона на шельфе Австралии

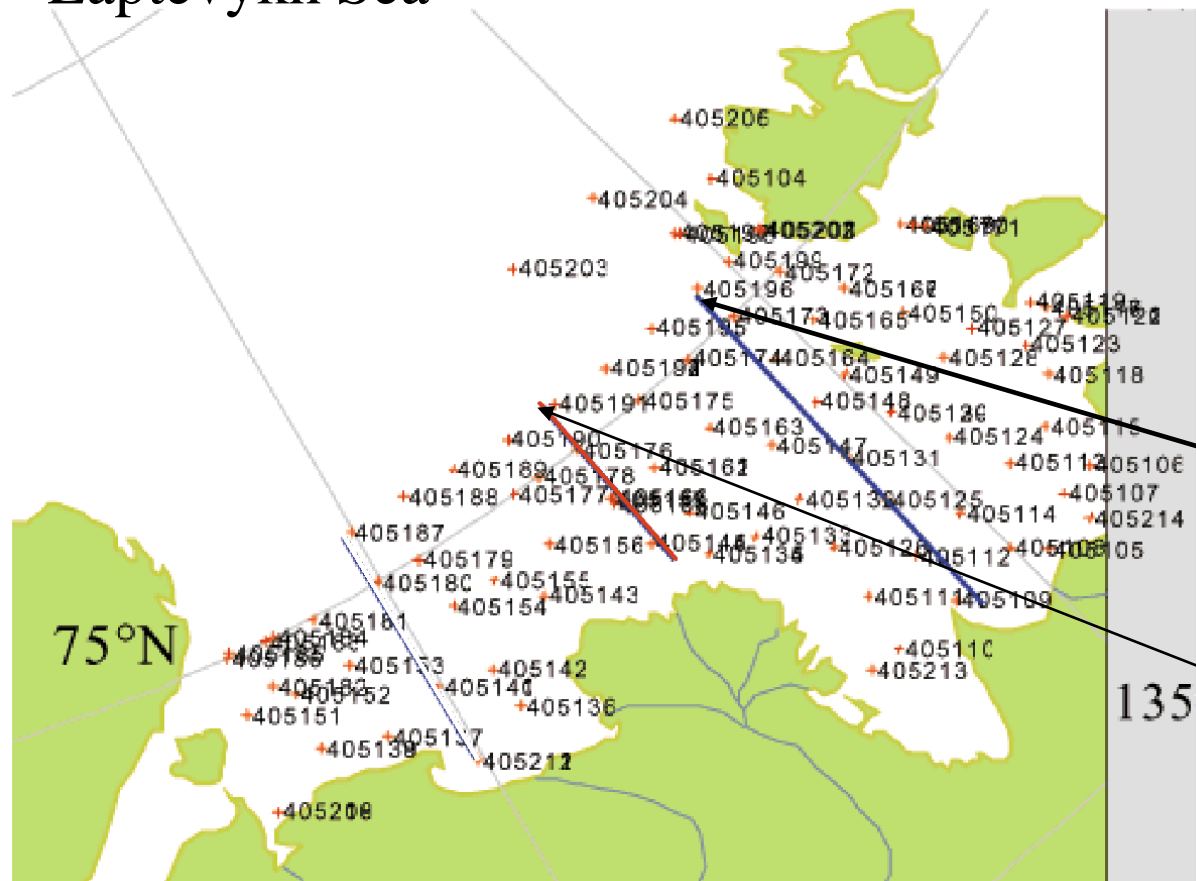


Море Лаптевых



CTD станции в рейсе НИС “Иван Киреев”, 1993, ААНИИ

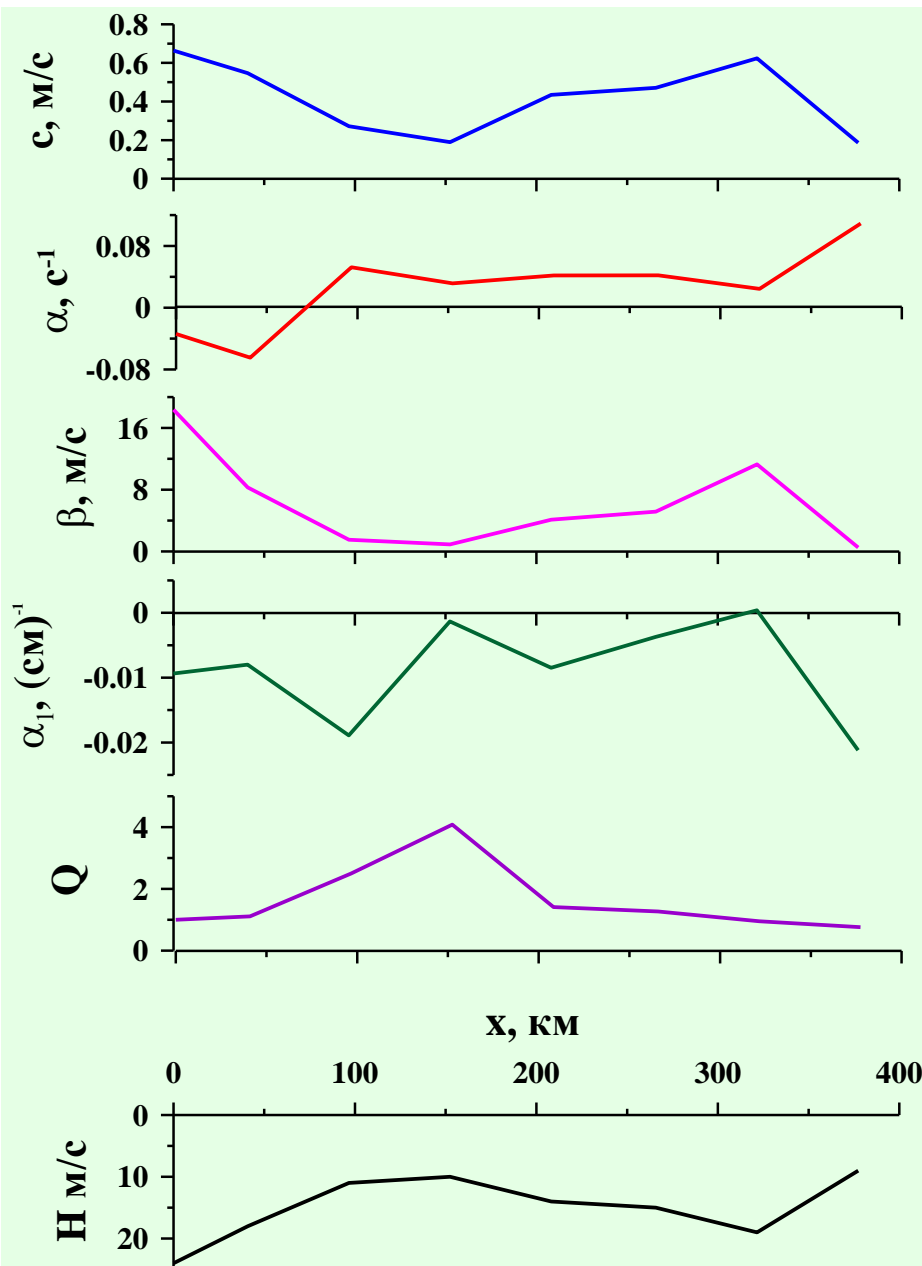
Laptevkh Sea



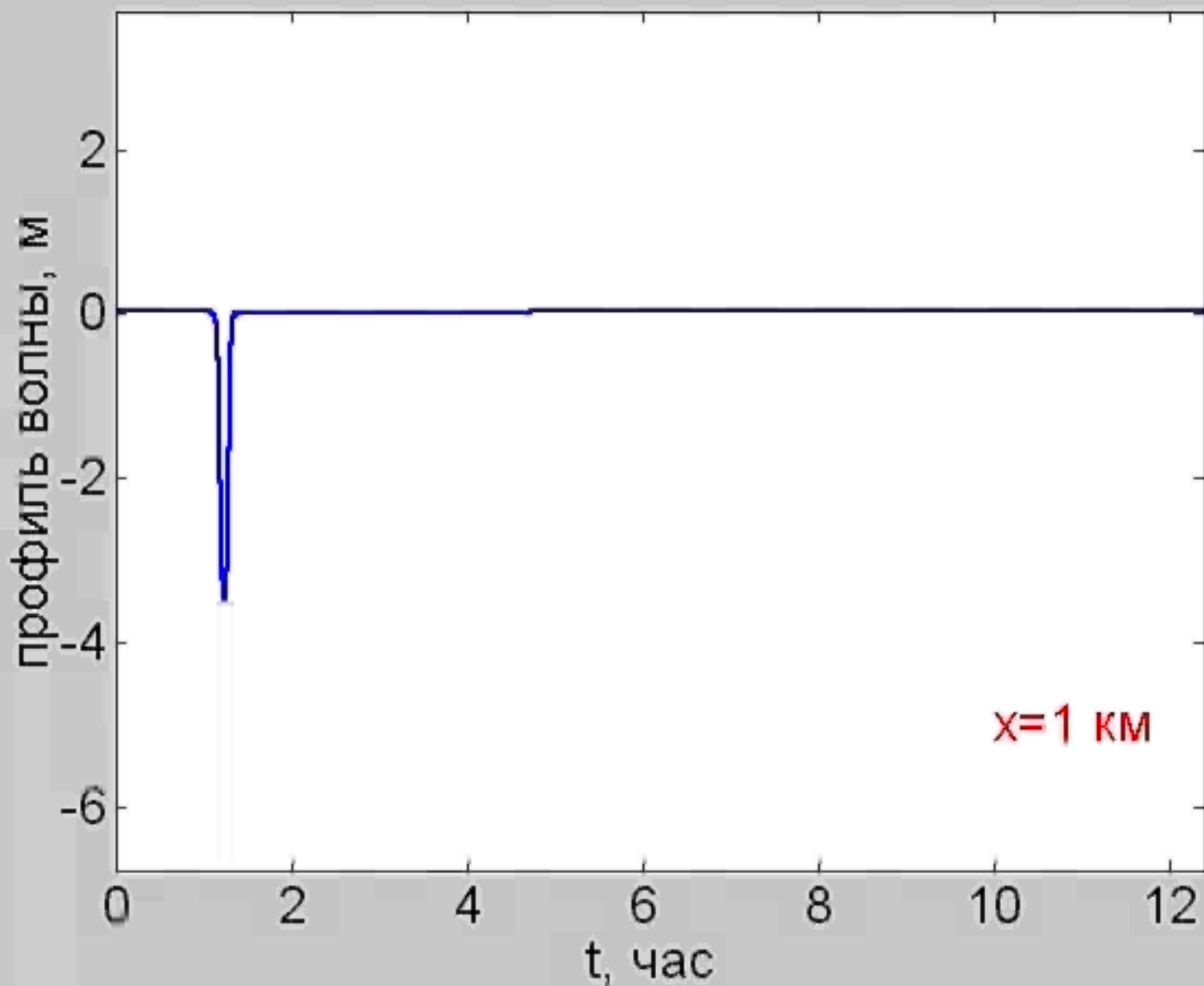
Разрез 1

Разрез 2

Параметры модели вдоль разреза 1

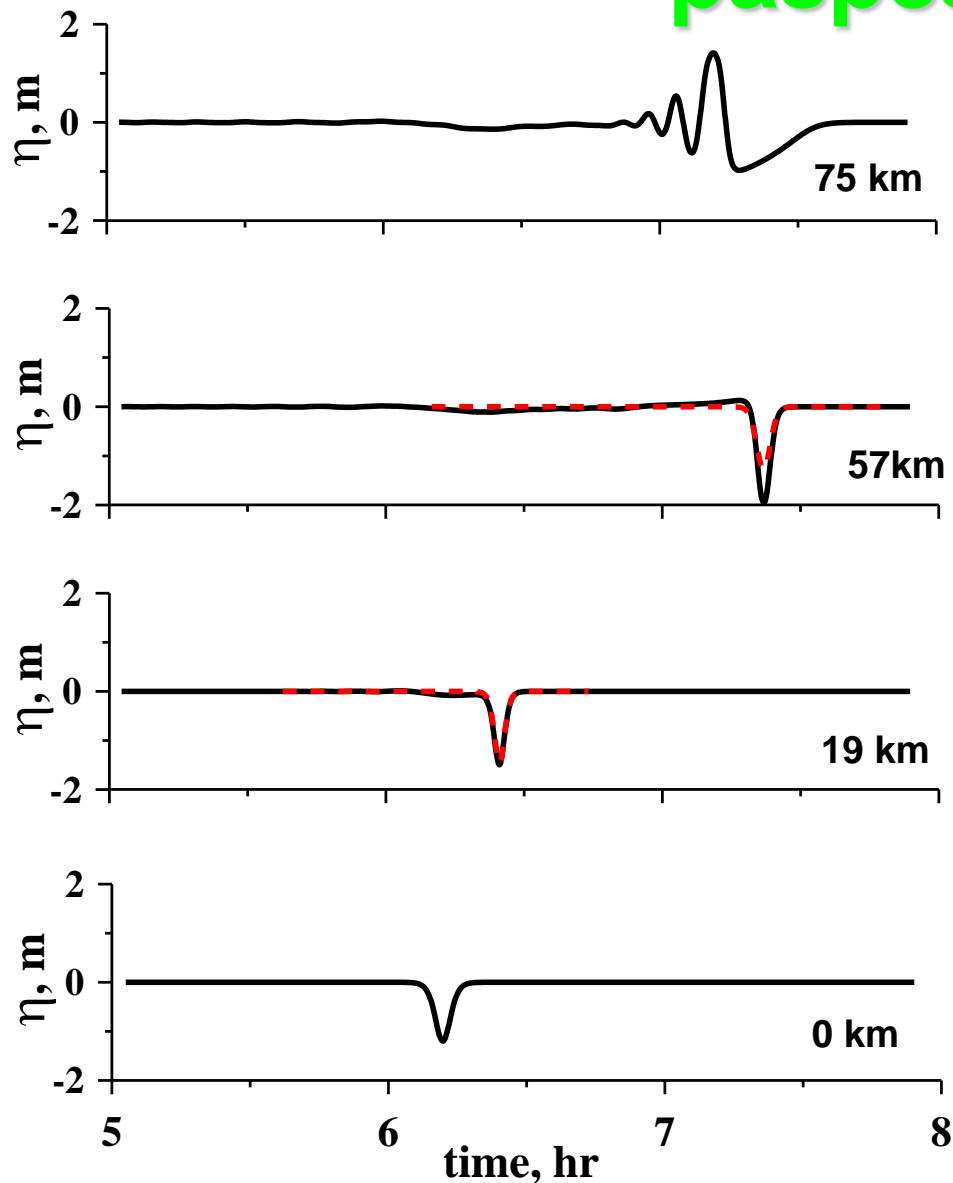


Коэффициент α меняет знак через 70 км от начальной точки; коэффициент β мал, глубина 20-10 м, коэффициент α_1 достаточно большой и отрицательный.



Солитон в море Лаптевых

Трансформация солитона вдоль разреза 1



**Красным пунктиром
показан расчет по
адиабатической теории
для трансформации
солитона в
горизонтально –
неоднородном океане**

Сильно нелинейные модели внутренних волн

PHYSICAL REVIEW E 75, 046306 (2007)

Breather generation in fully nonlinear models of a stratified fluid

Kevin G. Lamb*

Department of Applied Mathematics, University of Waterloo, Waterloo, Canada N2L 3G1

Oxana Polukhina,[†] Tatiana Talipova, and Efim Pelinovsky

Department of Nonlinear Geophysical Processes, Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod, Russia

Wenting Xiao

Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139, USA

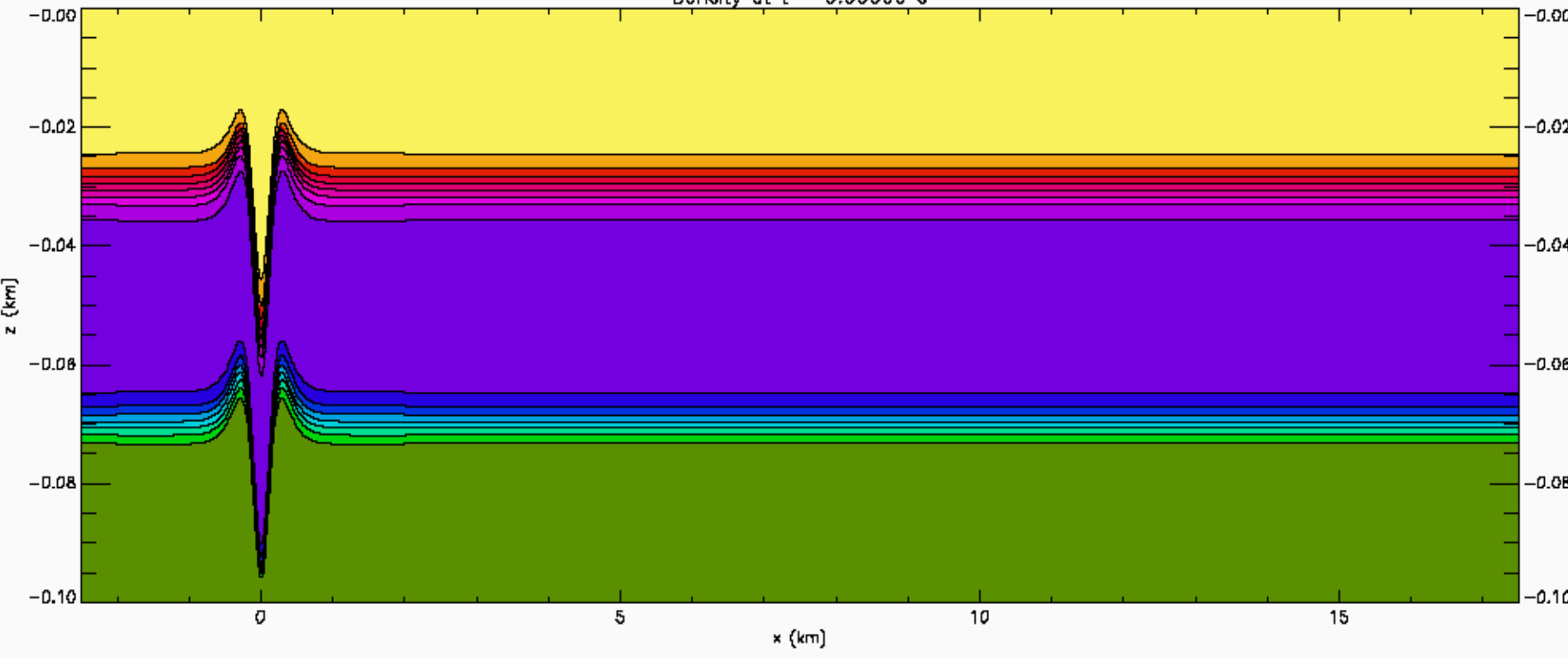
Andrey Kurkin

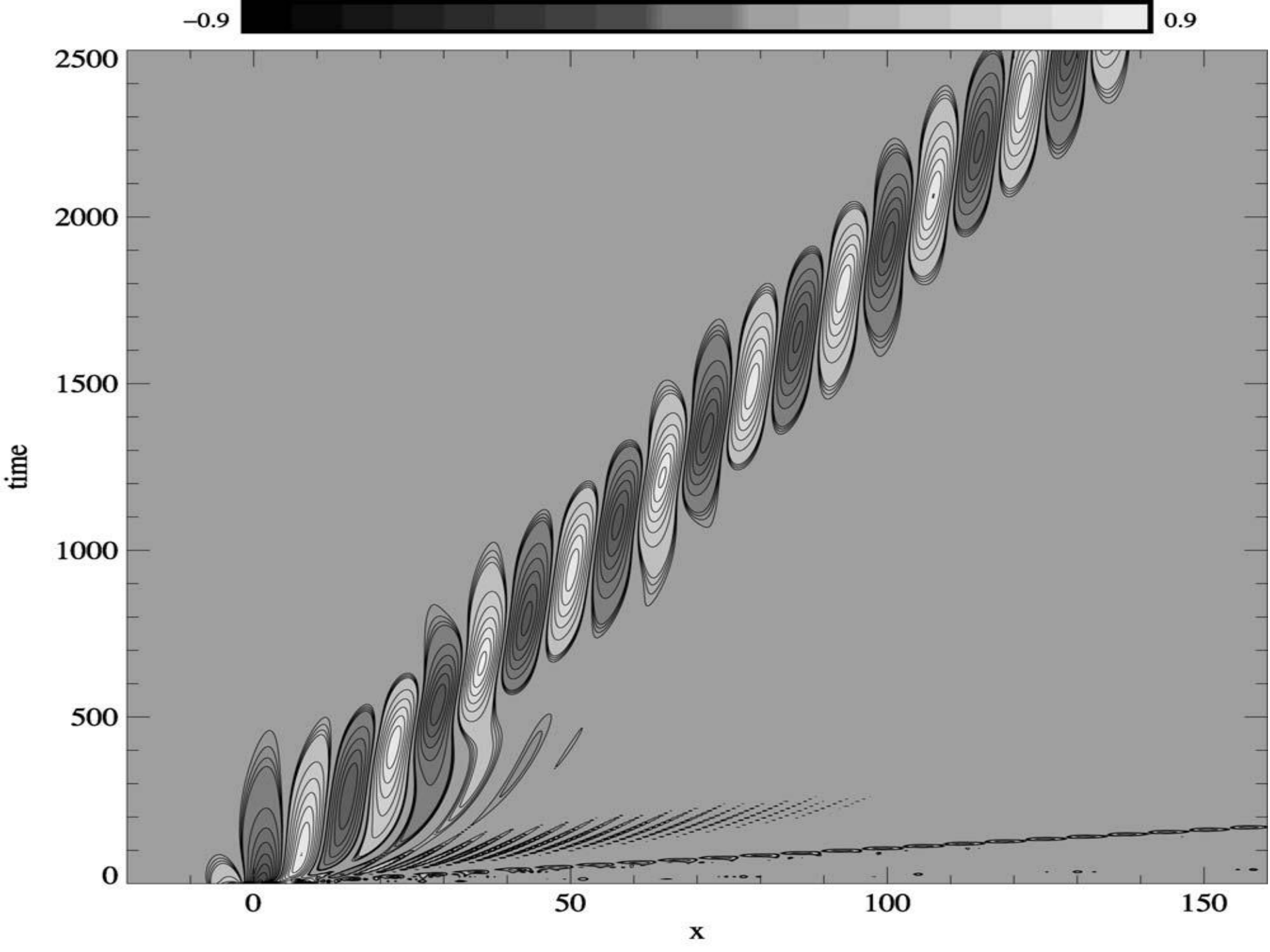
Department of Applied Mathematics, State Technical University, Nizhny Novgorod, Russia

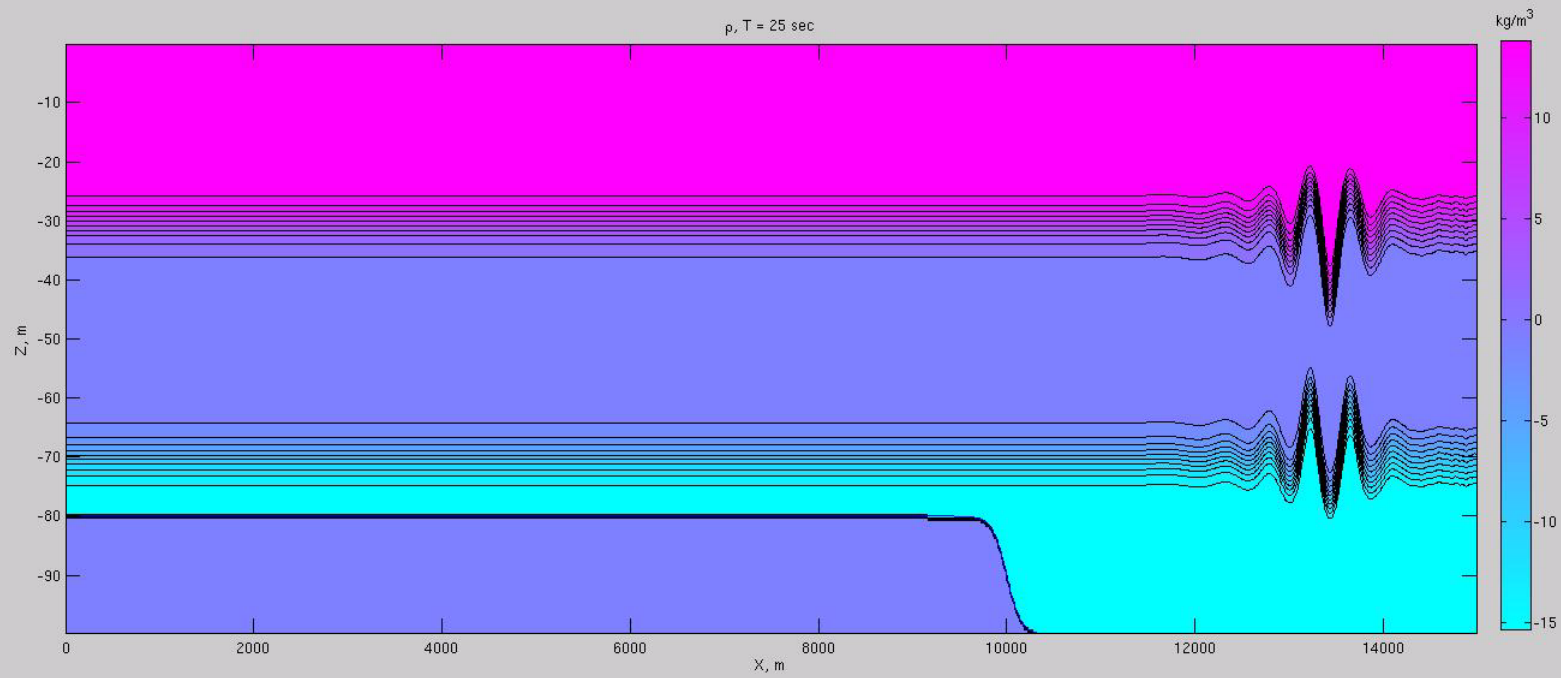
(Received 25 October 2006; published 19 April 2007)

Nonlinear wave motion is studied in a symmetric, continuously stratified, smoothed three-layer fluid in the framework of the fully nonlinear Euler equations under the Boussinesq approximation. The weakly nonlinear limit is discussed in which the governing equations can be reduced to the fully integrable modified Korteweg–de Vries equation. For some choices of the layer thicknesses the cubic nonlinear term is positive and the modified Korteweg–de Vries equation has soliton and breather solutions. Using such a stratification, the Euler equations are solved numerically using a sign-variable, initial disturbance. Breathers were generated for several forms of the initial disturbance. The breathers have moderate amplitude and to a good approximation can be described by the modified Korteweg–de Vries equation. As far as we know this is the first presentation of a breather in numerical simulations using the full nonlinear Euler equations for a stratified fluid.

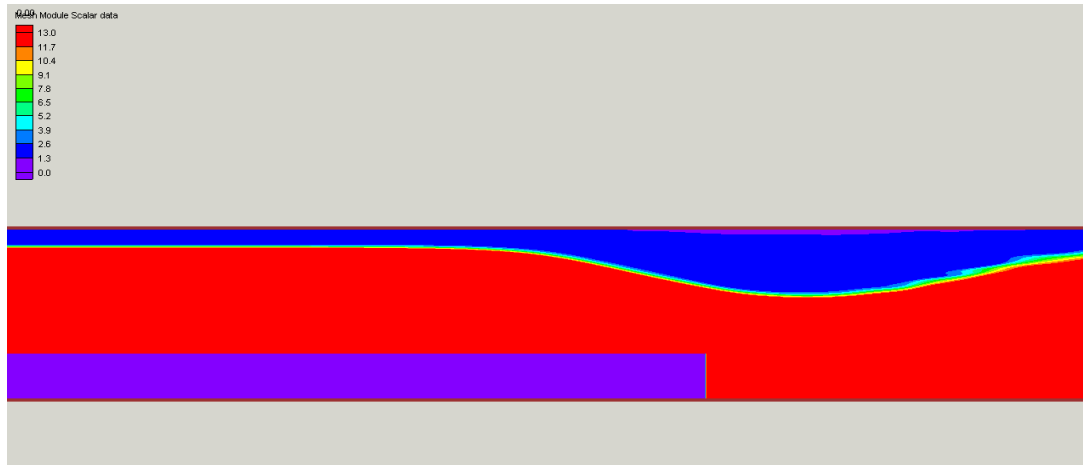
Density at $t = 0.00000$ s



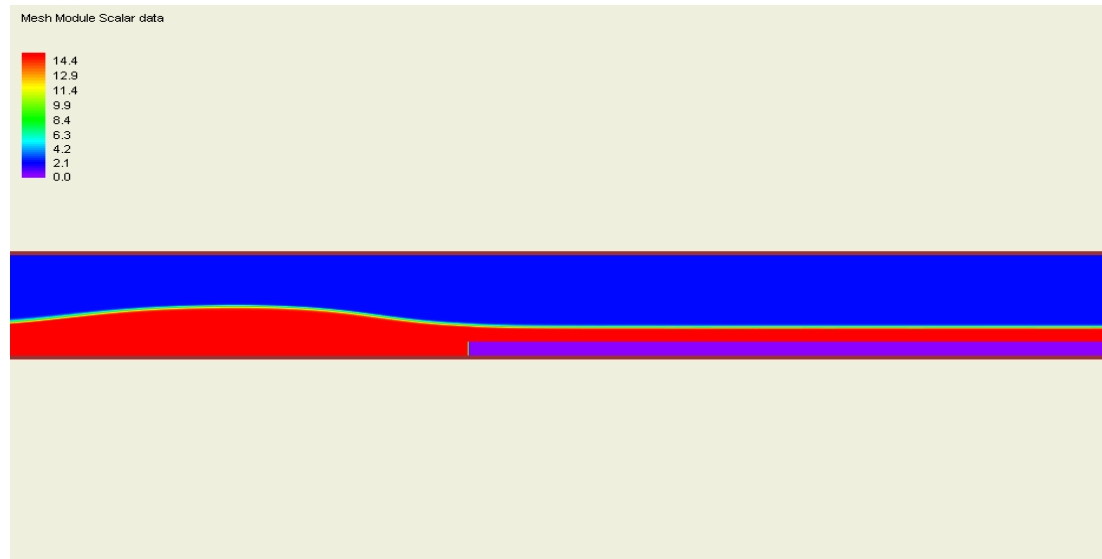




Movie with occurrence of KH instability in runs with moderate interaction of ISW with the step



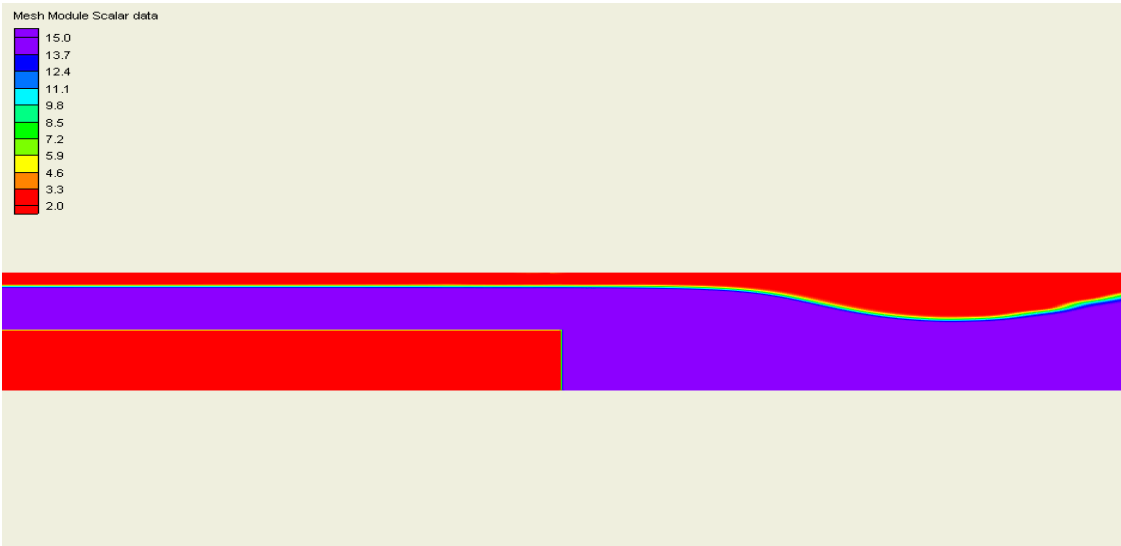
run 2a



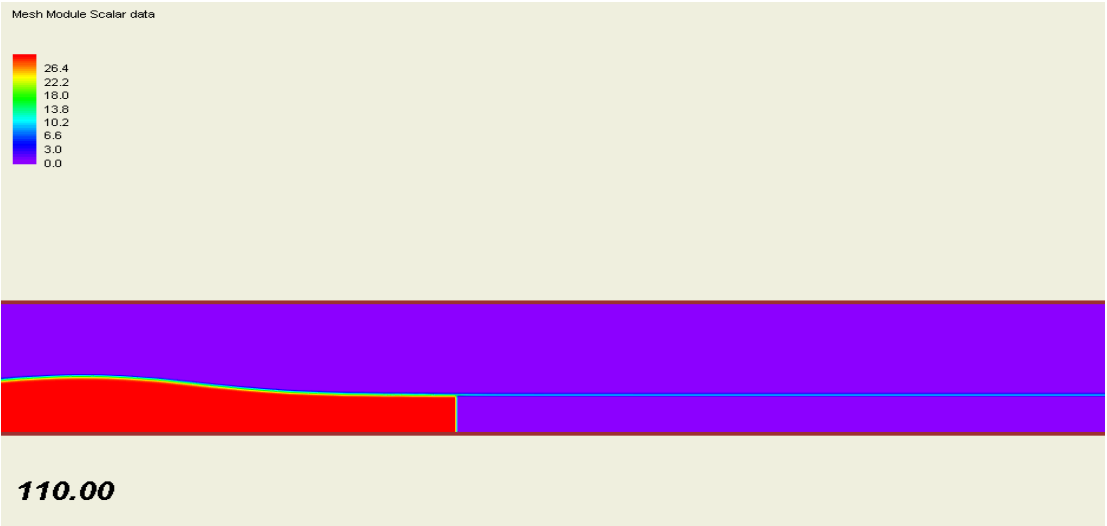
run 5b

*Maderich, Talipova,
Pelinovsky et al,
Physics Fluids, 2011*

3. Strong interaction of ISW with the step



**Formation
of jet and vortices**



Subcritical interaction of ISW with the step in run with

$$Fr^2 = 0.9 < 1$$

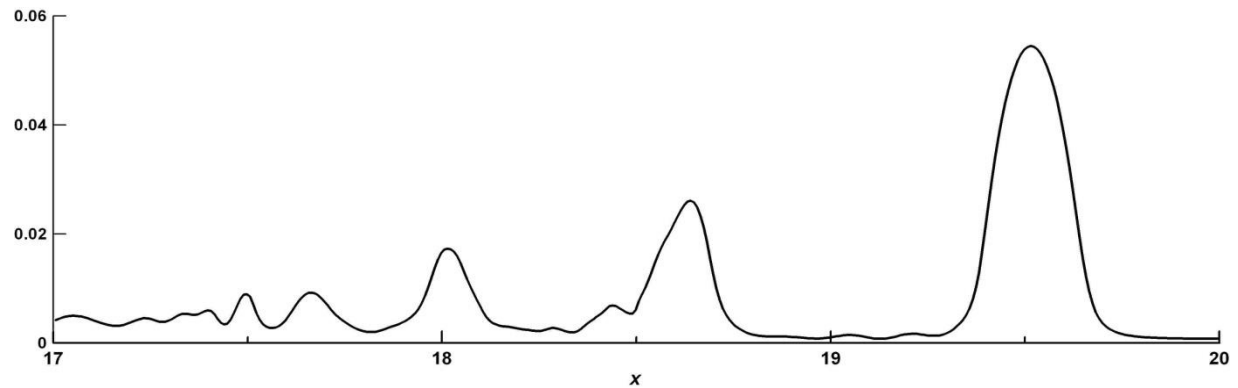


Fission into secondary waves after the step

Coefficient of transmission

$$T = 1.42$$

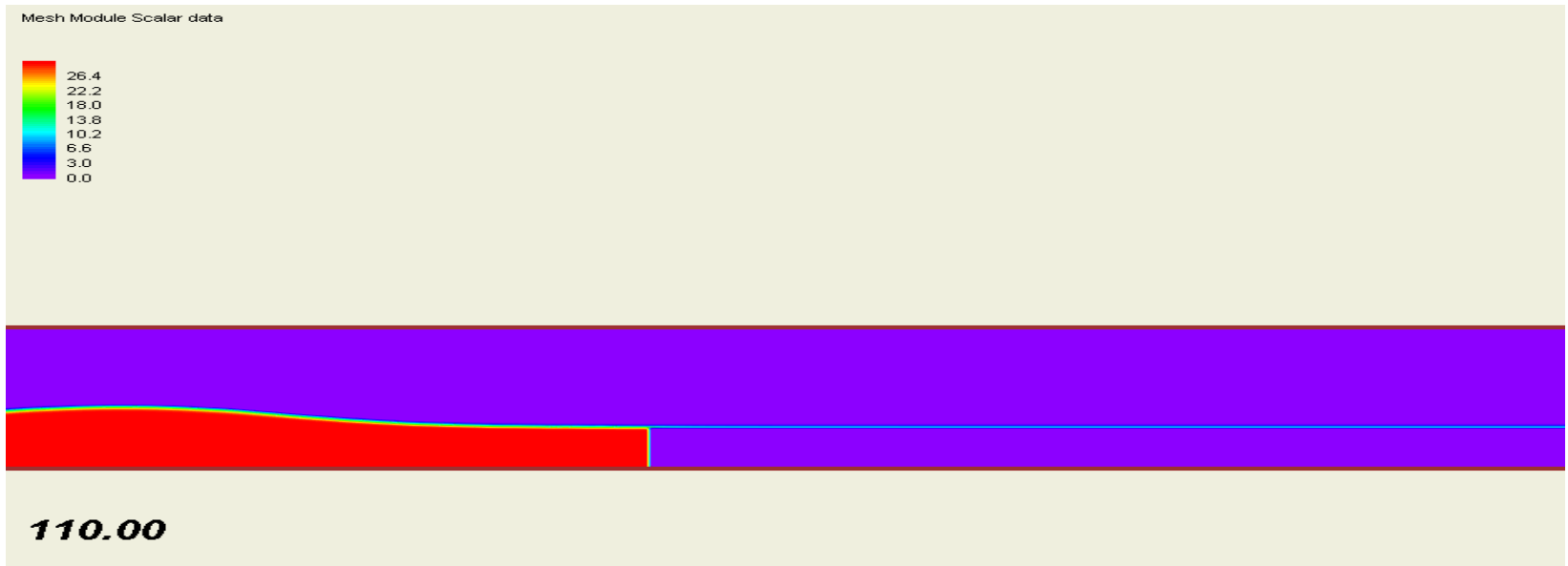
$$A_{tr} = 5.7 \text{ cm}$$



Number of transmitted solitons $N = 6$

Critical interaction of ISW with the step in run with

$$Fr^2 = 1.08 \geq 1$$



No waves after the step

Interaction with a step of ISW of elevation **1**

$$\mu^{-1} = 0.25$$

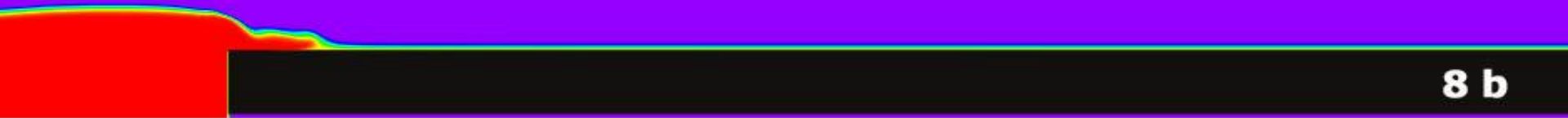
$$Fr^2 = 0.9$$



7 b

$$\mu^{-1} = 0.12$$

$$Fr^2 = 1$$



8 b

$$\mu^{-1} = 0.05$$

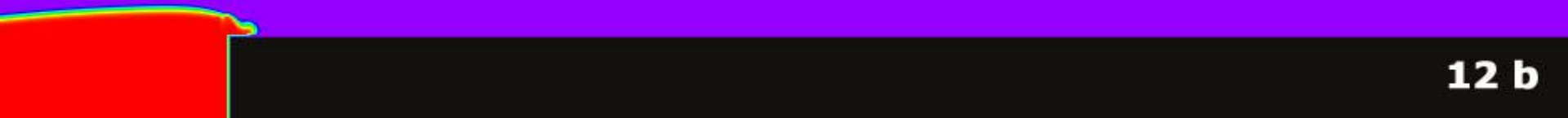
$$Fr^2 = 1.3$$



10 b

$$\mu^{-1} = -0.5$$

$$Fr^2 = 1.08$$



12 b

$$\mu^{-1} = 0.25$$

$$Fr^2 = 0.9$$

7 b

$$\mu^{-1} = 0.12$$

$$Fr^2 = 1$$

8 b

$$\mu^{-1} = 0.05$$

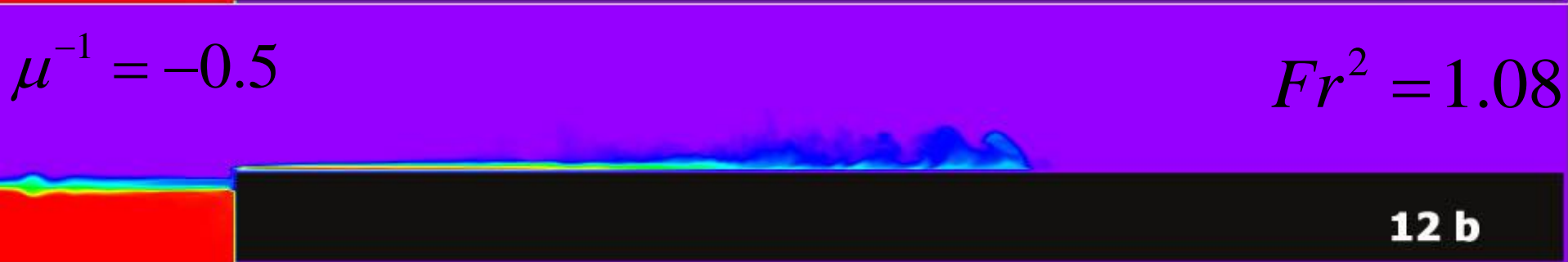
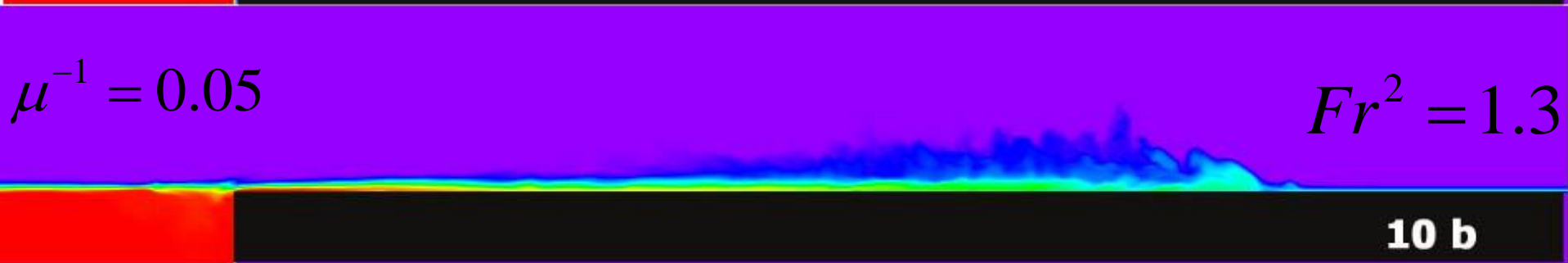
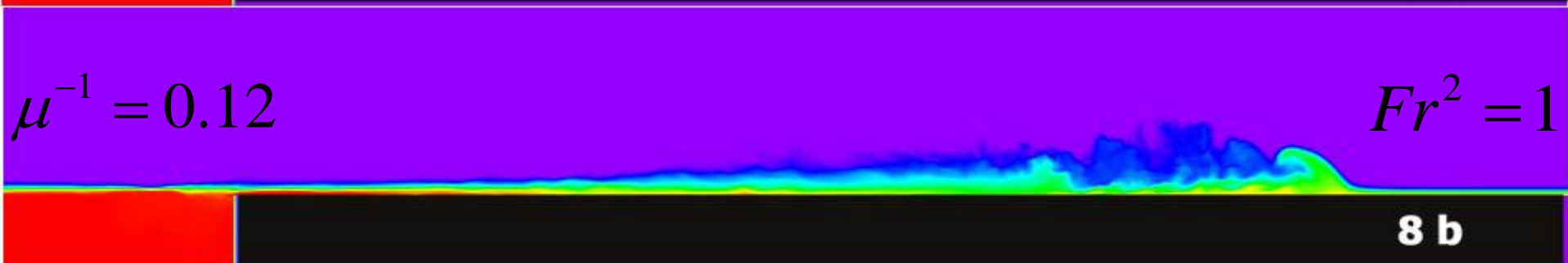
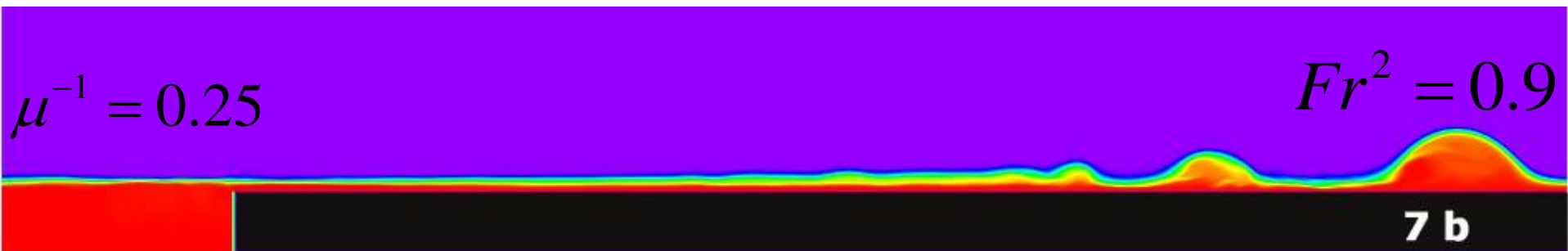
$$Fr^2 = 1.3$$

10 b

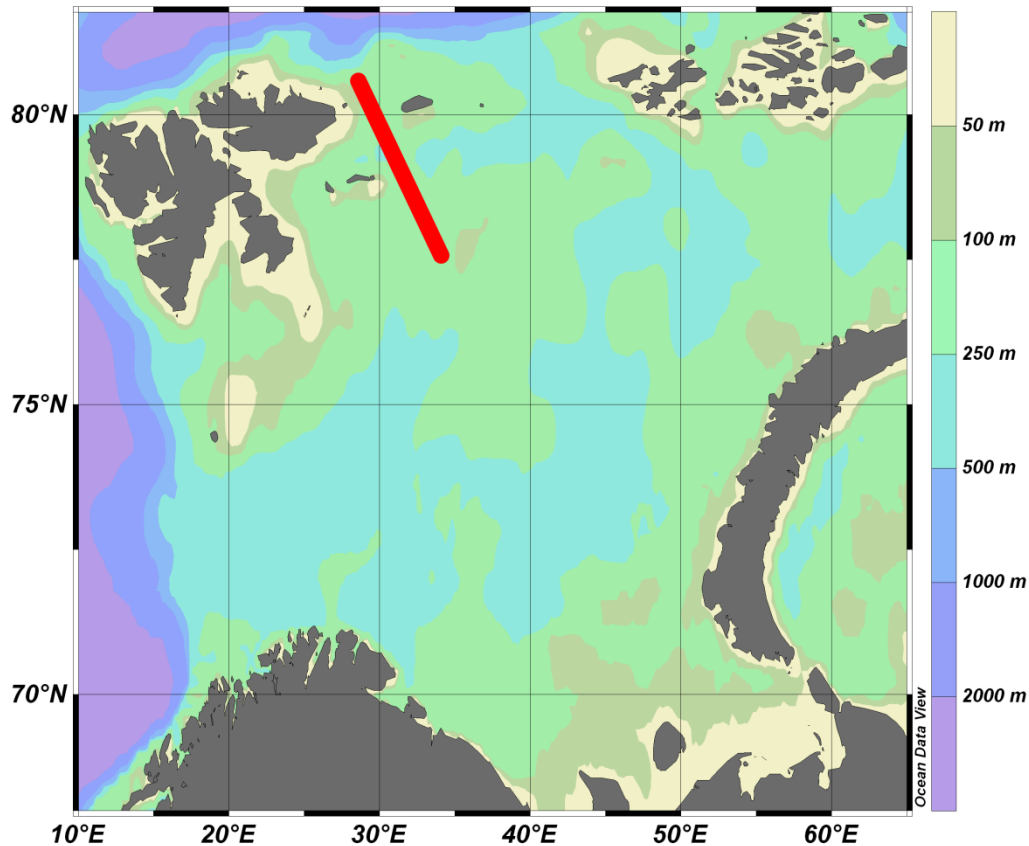
$$\mu^{-1} = -0.5$$

$$Fr^2 = 1.08$$

12 b

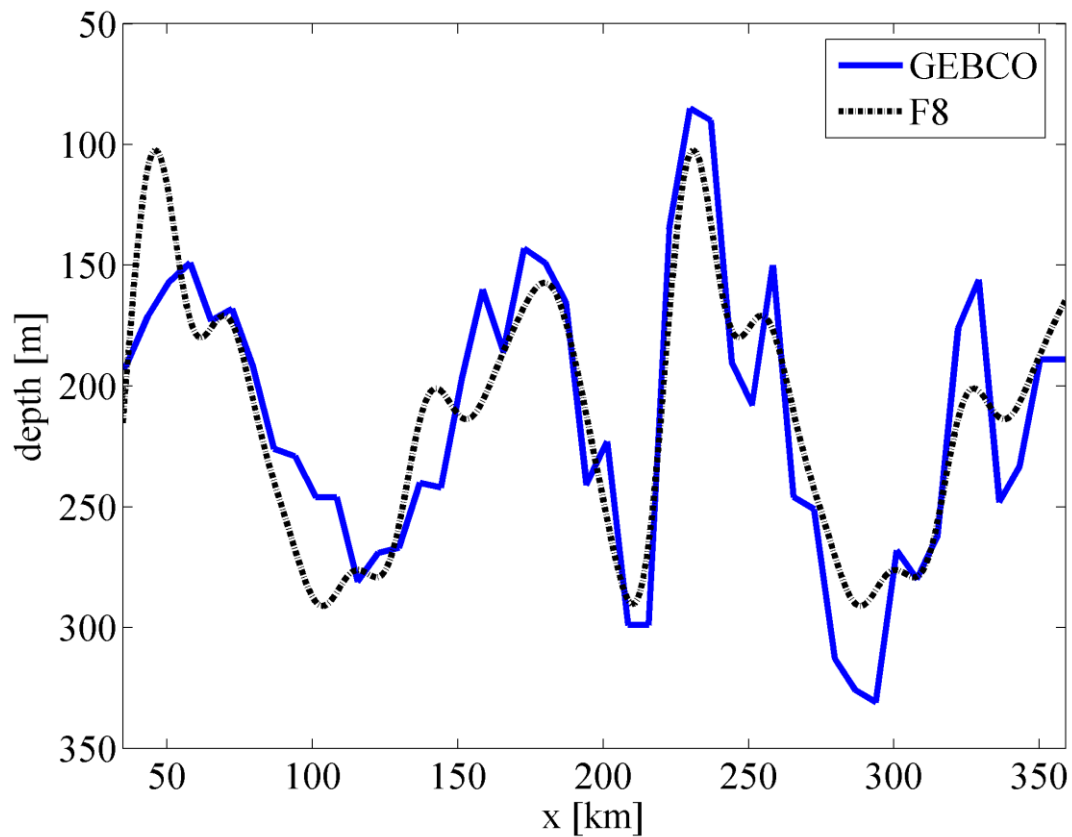


Внутренние волны вблизи о. Шпицберген (Баренцево море). Моделирование в рамках уравнений Эйлера

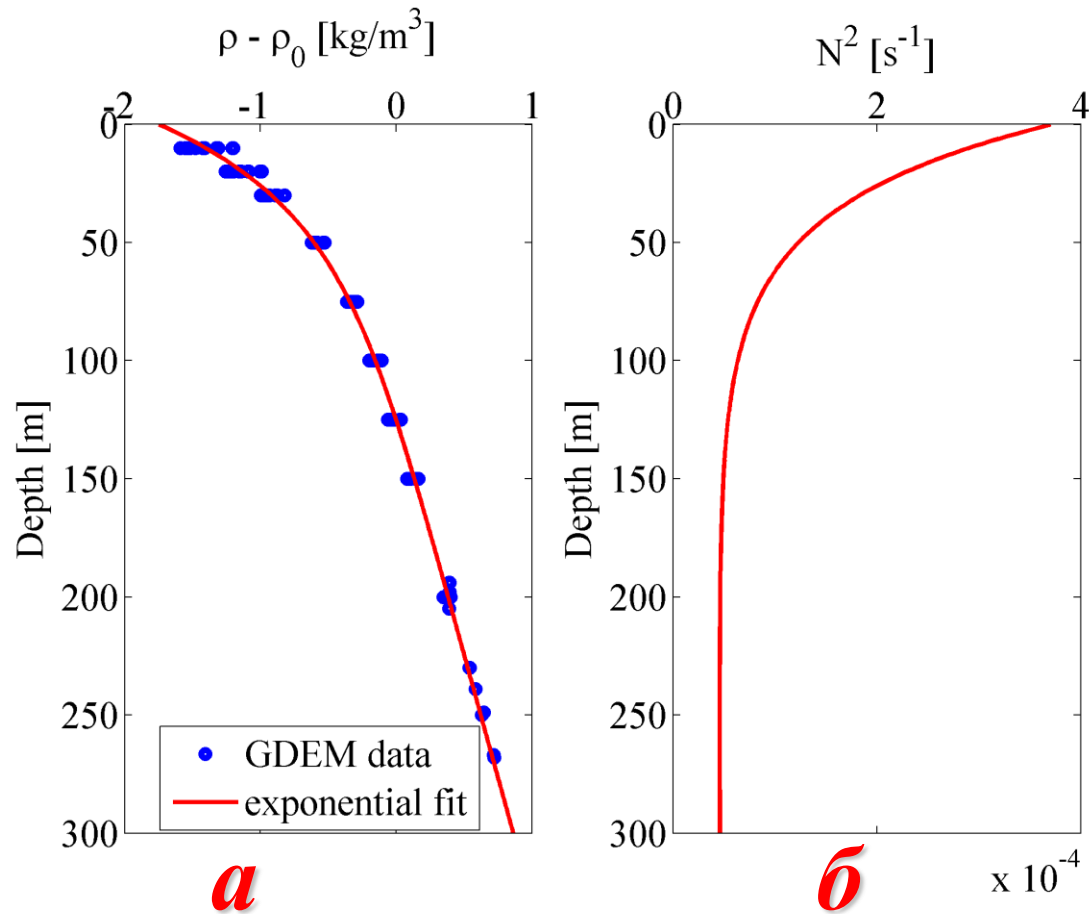


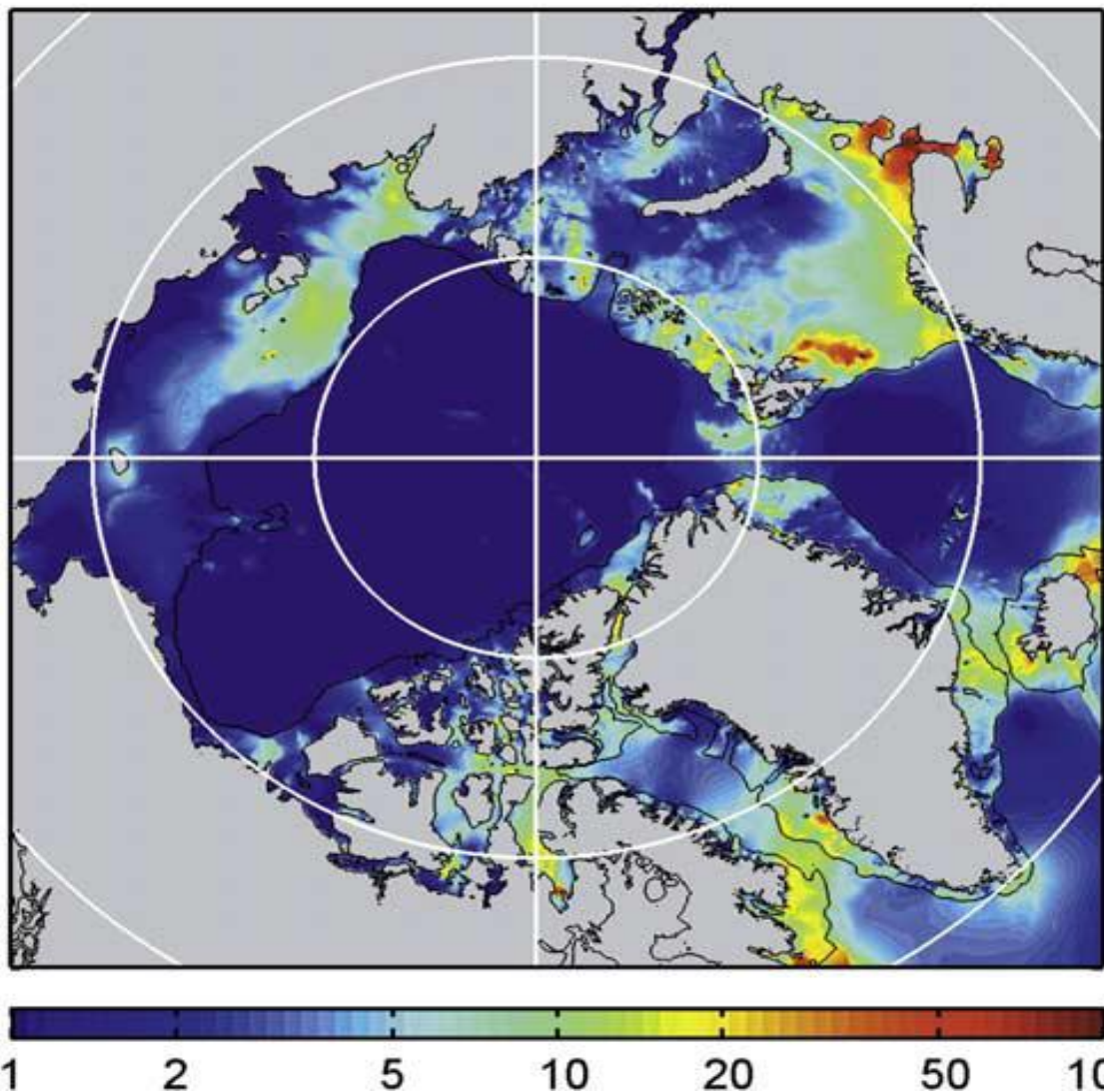
**Красной линией
показан разрез, по
которому
проводится
моделирование от
точки 34.11° E. ,
 77.57° N. До
точки 28.61° E. ,
 80.58° N.**

Рельеф дна вдоль разреза (голубая линия – данные GEBCO, точками - сплайн).

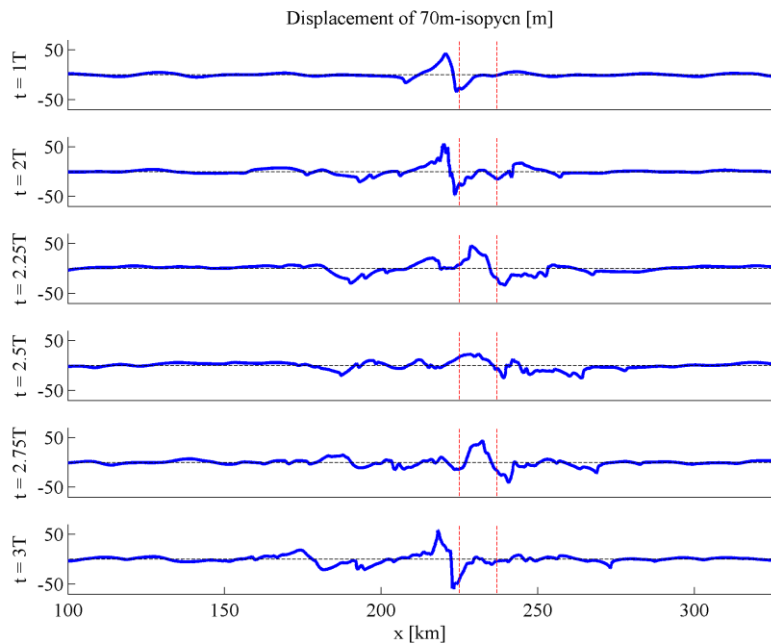


Типичный профиль плотности (а) и частота Вьяйсяля – Брента (б) в выбранной области (GDEM, июль).



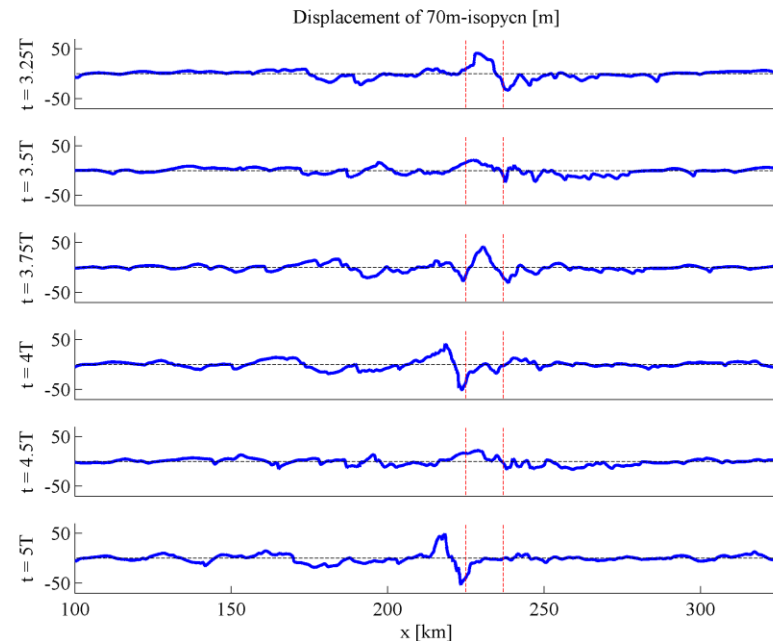


Средняя скорость приливного течения (cm s^{-1}) получена 14 -
дневным моделированием по модели АОТИМ (*Padman &
Erofeeva, 2004*)

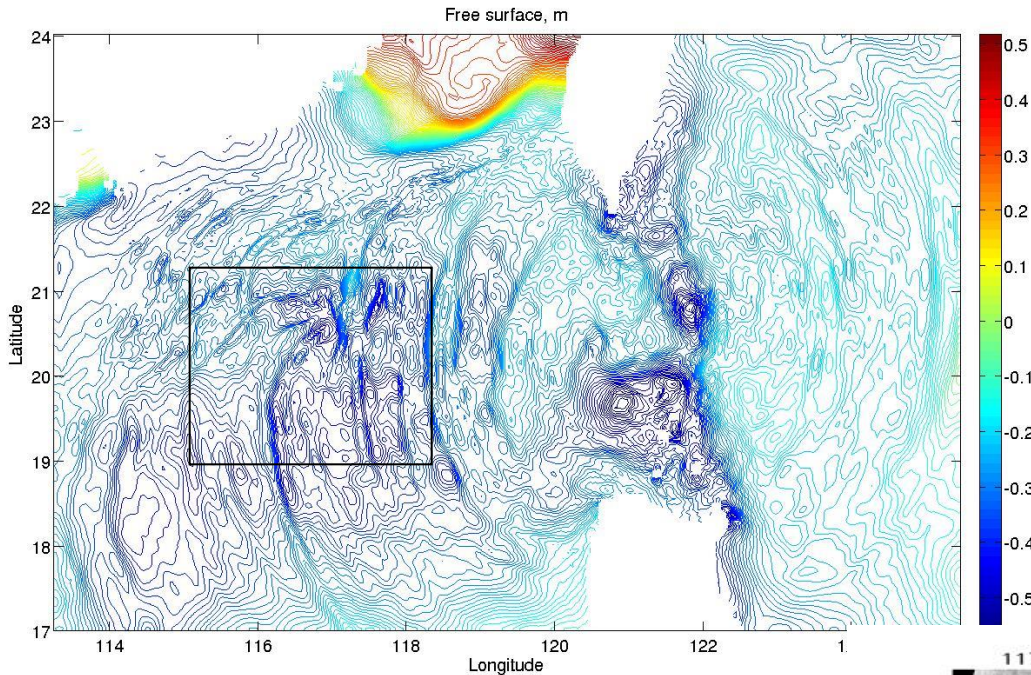


***Смещение
изопикны на
глубине 70 м в
разные моменты
времени***

Наиболее интенсивные внутренние волны с высотой 80 м возникают регулярно в зоне подводной горы шириной 40 км. Длина этих волн составляет 6–12 км. Типичный период моделируемых волн 0.2 – 0.35 T (T - полусуточный прилив).



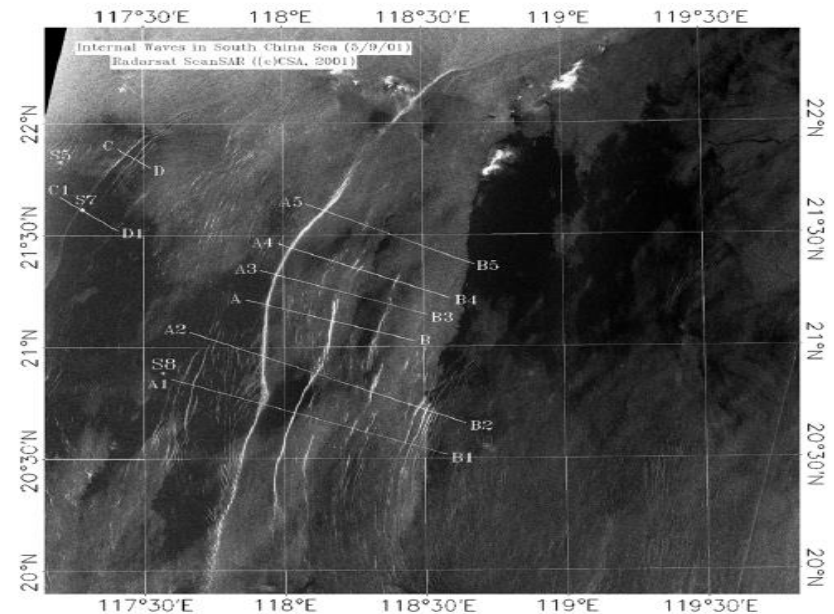
Free surface signature of tidally generated internal waves



Satellite image
of free surface
In South China Sea

Simulations

Maderich, Kanarska et al



Заключение

Нелинейные внутренние волны имеют разнообразную форму, существуют солитоны и бризеры внутренних волн.

География такова, что это разнообразие может встречаться повсеместно.

Модели разного уровня от слабо нелинейных до сильно нелинейных.