

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева  
Дальневосточного отделения Российской академии наук

ОДОБРЕНО  
на заседании Ученого совета  
ТОИ ДВО РАН, протокол № 6  
« 30 » августа 2018 г.

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ТОИ ДВО РАН  
В.Б. Лобанов  
2018 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (РПУД)  
«НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА»

Направление подготовки  
03.06.01 Физика и астрономия (Теоретическая физика)  
Форма подготовки – очная

Курс 3, семестры 5, 6  
Лекции 108 час.  
Практические занятия  
Лабораторные работы  
Всего часов аудиторной нагрузки 108 час.  
Самостоятельная работа 36 час.  
Контрольные работы (количество)  
Курсовая работа/курсовой проект  
Зачет 6 семестр  
Экзамен

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.06.01 Физика и астрономия (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30.07.2014 № 867.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета ТОИ ДВО РАН, протокол № 6 от «30» августа 2018 г.

Ученый секретарь  
к.г.н.



Н.И. Савельева

Составитель: д.ф.-м.н., профессор, зав. лабораторией нелинейных динамических систем С.В. Пранц

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании Ученого совета**

Протокол от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Ученый секретарь \_\_\_\_\_  
*подпись* *И.О. Фамилия*

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании Ученого совета**

Протокол от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Ученый секретарь \_\_\_\_\_  
*подпись* *И.О. Фамилия*

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Нелинейная динамика» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе «Теоретическая физика» и входит в вариативную часть учебного плана.

При разработке рабочей программы учебной дисциплины использованы Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению подготовки 03.06.01 «Физика и астрономия» (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30.07.2014 г. № 867, учебный план подготовки аспирантов по профилю «Теоретическая физика».

**Цель** – подготовить аспирантов к научно-исследовательской деятельности по профилю теоретическая физика, к защите научно-квалификационной работы (диссертации) и преподаванию в учреждениях высшего профессионального образования.

### **Задачи:**

- систематизировать знания по теории нелинейной динамики;
- на основании теоретической и практической подготовки аспирантов сформировать навыки к самостоятельной научной и педагогической деятельности.

Компетенции выпускника, формируемые в результате изучения дисциплины:

### **Универсальные компетенции:**

Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1).

Способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области

истории и философии науки (УК-2).

Способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития (УК-5).

### **Общепрофессиональные компетенции:**

Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области теоретической физики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1).

Готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-2).

### **Профессиональные компетенции:**

Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области теоретической физики (ПК-1).

Способность выдвигать и обосновывать новые гипотезы в области теоретической физики (ПК-4).

Способность обобщать и использовать результаты исследований для выявления новых явлений, закономерностей, законов и теоретических положений в области теоретической физики (ПК-5).

### **Требования к уровню усвоения содержания дисциплины.**

Аспиранты должны приобрести следующие знания и умения.

#### **Знать:**

- фундаментальные основы нелинейной динамики;
- современное состояние и перспективы развития исследований в области нелинейной динамики;
- основные научные проблемы в нелинейной динамике.

#### **Уметь:**

- анализировать и обобщать полученную в ходе исследования гидродинамических моделей нелинейной динамики;
- использовать компьютерные технологии и обрабатывать результаты натурных измерений, проводить их специальный анализ;

- формулировать логичные и обоснованные выводы из анализа собственных научных результатов и опубликованных материалов.

**Владеть:**

- современными методами и технологиями в нелинейной динамике;
- основными современными методами расчета объекта научного исследования, использующими передовые информационные технологии;
- навыками корректной постановки научного исследования и выявления артефактов эксперимента.

**Интерактивные формы обучения** составляют 108 часов лекционных занятий.

# **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**Лекционные занятия – 108 час. / Самостоятельная работа – 36 час.**

## **МОДУЛЬ 1. Нелинейные динамические системы (52 час.)**

### **Тема 1. Историческое введение (2 час.)**

История становления и развития представлений о сложной динамике нелинейных систем в различных областях физики и математике: механика, статистическая физика, теория колебаний, радиофизика, электроника, гидродинамика, дискретные отображения, математика, прикладной хаос.

### **Тема 2. Некоторые элементы динамики (6 час.)**

Степени свободы. Фазовое пространство. Фазовая или изображающая точка. Фазовая траектория. Динамические системы. Фазовый портрет. Фазовая плоскость. Особые точки динамической системы. Центр, фокус, узел. Устойчивые и неустойчивые особые точки. Седло. Сепаратрисы седла. Нуль-изоклины. Характеристическое уравнение. Характеристические показатели. Особые точки гамильтоновых систем. Предельные циклы. Автоколебания. Механические часы. Лестница Ламерея. Точечное отображение или отображение последования. Неподвижная точка отображения. Одномерное и двумерное отображения. Автогенератор Ван-дер-Поля. Обратная связь. Уравнение Ван-дер-Поля. Отрицательное трение. Положительная и отрицательная обратные связи. Стохастические колебания. Система Лоренца. Странный аттрактор.

### **Тема 3. Теория устойчивости (4 час.)**

Устойчивость, теория устойчивости. Устойчивость по Ляпунову. Фазовый поток, фазовая жидкость, фазовая капля. Асимптотическая устойчивость. Диссипативные системы. Экспоненциальная устойчивость. Орбитальная устойчивость. Асимптотическая и экспоненциальная орбитальные устойчивости. Равноускоренное движение материальной точки. Линейный осциллятор с трением. Нелинейный осциллятор (уравнение Дуффинга). Аттрактор. Эргодичность. Эргодическая гипотеза. Эргодические

системы. Система Лоренца. Безразличное положение равновесия. Притягивающий отрезок. Роль нелинейности и неаналитичности.

#### **Тема 4. Теория бифуркаций (6 час.)**

Бифуркации, бифуркационные значения параметров. Прогиб упругого стержня. Классификация корней квадратного уравнения. Структурная устойчивость, грубость системы. Теория катастроф. Складка. Многообразие катастрофы. Классификация корней кубического уравнения, сборка. Классификация корней уравнения четвертой степени, ласточкин хвост. Флаг катастроф. Ряд касповидных катастроф. Классификация экстремумов функций. Росток катастрофы, возмущение. Управляющие параметры, пространство управления. Деформация. Функции многих переменных.

#### **Тема 5. Методы отображений (10 час.)**

Одномерные точечные отображения. Неподвижные точки отображений. Монотонные отображения. Спираль Ламерея. Циклические точки. Итерированные отображения. Устойчивость циклических точек,  $n$ -циклы ( $S^n$ -циклы). Унимодальные отображения. Логистическое отображение или универсальное отображение Фейгенбаума. Бифуркации циклов в отображении Фейгенбаума. Бифуркации удвоения периода, каскад бифуркаций. Теория универсальности. Универсальный предел итераций гладких отображений. Сверхустойчивые циклы. Стохастические колебания. Динамический (или детерминированный) хаос. Квазислучайные последовательности. Шумящие циклы. Цикл  $S^3$ . Иерархия циклов. Рождение цикла из хаоса. Сценарий рождения хаоса через перемежаемость (сценарий Помо-Манневиля). Распределение вероятностей значений элементов последовательностей. Инвариантное распределение, инвариантная мера. Уравнение Перрона-Фробениуса.

#### **Тема 6. Фрактальные свойства хаоса (14 час.)**

Самоподобие. Фрактальные множества, фракталы. Функция Вейерштрасса. Кривые Пеано. Канторовы множества, построение, мера, самоподобие. Масштабная инвариантность или скейлинг. Канторова (или

«дьявольская») лестница. Кривые Коха, остров Коха. Ковер Серпинского. Двух- и трехмерные фракталы, универсальная кривая Менгера. Разветвленность фрактала. Вероятностные фракталы. Длина береговой линии. Определения линии. Топологическая размерность. Фрактальная размерность или емкость. Емкость некоторых фракталов. Размерность Хаусдорфа-Безиковича. Динамические системы с непрерывным и дискретным, временем. Клеточные автоматы. Фрактальные структуры, порождаемые клеточными автоматами. Двумерные точечные отображения. Квадратичное отображение Хенона. Фрактальная структура аттрактора Хенона. Системы итерированных функций, детерминированный и рандомизированный алгоритмы, фрактальные структуры.

#### **Тема 7. Хаос в деталях (10 час.)**

Многопериодическое движение, многомерный тор. Сценарий Ландау-Хопфа. Случайные процессы, уравнения Ланжевена, уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова. Корреляционная функция. Динамический хаос. Локальная неустойчивость. Эргодичность и перемешивание. Преобразование пекаря. Гамильтоновы системы. Энтропия Колмогорова-Синая (К-энтропия), К-системы. Теория устойчивости Колмогорова-Арнольда-Мозера (теория КАМ). Примеры систем с хаосом: рассеяние материальной точки на твердых шариках, рассеивающие бильярды (бильярды Синая). Одномерные и двумерные точечные отображения. Жесткий ротатор (отображение Чирикова-Тэйлора). Стохастические слои, стохастическое море, стохастическая паутина (паутина Арнольда). Диффузия Арнольда. Диссипативные системы. Аттракторы и репеллеры. Странный аттрактор. Показатели Ляпунова. Система Лоренца. Сценарий Рюэля-Такенса. Аттрактор Реслера. Ротатор с трением. Квантовый хаос.



## **МОДУЛЬ 2. Хаотическая адвекция в океане (24 час.)**

### **Тема 1. Формулировка проблемы хаотической адвекции (2 час.)**

Основные понятия кинематики жидкости. Перенос и перемешивание. Хаотическая адвекция. Зарождение хаоса.

### **Тема 2. Прототипная модель хаотической адвекции пассивной примеси (6 час.)**

Уравнения адвекции. Сечение Пуанкаре в нестационарном потоке. Нелинейный резонанс и резонансные острова. Периодические траектории. Разбиение на инвариантные множества и хаотическое инвариантное множество. Распределение времен вымывания частиц из зоны перемешивания. Фрактальные свойства хаотической адвекции.

### **Тема 3. Хаотическая адвекция в лабораторных экспериментах (6 час.)**

Хаотическая адвекция в стоксовом потоке в цилиндрическом подшипнике. Фрактальные свойства хаотической адвекции в спутной струе за цилиндром. Хаотическая адвекция в кюветах с движущимися стенками. Хаотическая адвекция в магнитогидродинамических вихревых потоках. Перемешивание в лабораторной модели глубоководного западного пограничного течения с мезомасштабными круговоротами. Хаотическая адвекция и аномальный перенос в квазигеострофическом потоке.

### **Тема 4. Перенос и хаотическое перемешивание в меандрирующих струйных течениях (4 час.)**

Модельная функция тока, стационарные точки и бифуркации. Топология потока с периодически модулированной амплитудой меандра. Фрактальные свойства адвекции в меандрирующем течении. Зональный перенос пассивной примеси.

### **Тема 5. Хаотическая адвекция в моделях фоновых течений (6 час.)**

Предварительное обсуждение уравнений и приближений геофизической гидродинамики. Концепция фоновых течений геофизической гидродинамики. Баротропная модель. Двухслойная квазигеострофическая модель.

### **МОДУЛЬ 3. Методы Лагранжа в океанографии (32 час.)**

#### **Тема 1. Теория динамических систем. Подход к транспорту и перемешиванию в жидкостях (4 час.)**

Хаотическая адвекция. Хаотическое рассеяние частиц жидкости в точечном вихре, помещенном в периодический фоновый поток. Инвариантные множества потока. Геометрия и фрактальные свойства хаотического рассеяния.

#### **Тема 2. Хаотический транспорт и перемешивание в идеализированных моделях океанических течений (6 час.)**

Хаотическая адвекция и ее проявление в аналитических геофизических моделях: вводные замечания.

Хаотический транспорт и перемешивание в кинематической модели меандрирующего струйного потока. Неустойчивые периодические орбиты в меандрирующем потоке. Условия возникновения и бифуркации неустойчивых орбит периода 4. Хаотический зональный транспорт и динамические ловушки. Хаотический «кросс-джет» транспорт и обнаружение транспортных барьеров. Обнаружение центральной инвариантной кривой.

Хаотический транспорт в динамической модели меандрирующего струйного тока с внешним возмущением, приводящим к возникновению волн Россби. Динамическая модель с волнами Россби. Механизмы хаотического «кросс-джет» транспорта в случае нечетных волновых чисел и обнаружение транспортных барьеров. Хаотический «кросс-джет» транспорт для четно-нечетных волновых чисел.

#### **Тема 3. Взгляд на мировой океан на основе данных космической и оперативной океанографии (2 час.)**

Мониторинг океанов с помощью спутников. Спутниковая альтиметрия и поле скорости AVISO. Буи в океане.

#### **Тема 4. Методы Лагранжа для изучения транспорта и перемешивания в океане (4 час.)**

Лагранжевы индикаторы и лагранжевы карты. Гиперболичность в океане. Ляпуновские экспоненты для конечного интервала времени. Показатели Ляпунова для n-мерного векторного поля. Сингулярное разложение и матрица эволюции для двумерного случая. Лагранжевы когерентные структуры.

#### **Тема 5. Перенос субтропических вод в Японском море (4 час.)**

Общая схема циркуляции в Японском море и постановка проблемы.

Статистический анализ лагранжева транспорта субтропических вод. Транспорт субтропических вод на север и поле скорости адвекции. «Ворота» и барьеры для северного транспорта субтропических вод. Транспортные пути субтропических вод в центральной части Японского моря. Лагранжева интрузии субтропических вод через приполярный фронт. Влияние ошибок в вычислении поля скорости на статистику. Свойства лагранжевого транспорта

#### **Тема 6. Динамика вихрей в океане (4 час.)**

Вихри в океане.

Лагранжев анализ на основе альтиметрии формирования, структуры, эволюции и расщепление мезомасштабных Курильских вихрей. Мезомасштабные Курильские вихри. STD съемки Буссольского вихря А. Лагранжев анализ Буссольского вихря А. Вертикальные профили температуры и солёности буев Арго.

Лагранжев анализ вертикальной структуры численно моделируемых вихрей в Японском море. Топографически ограниченные фронтальные вихри в Японском море. Трёхмерная структура и эволюция вихрей в Японском море.

#### **Тема 7. Результаты исследования радиоактивного загрязнения на северо-западе тихоокеанского региона: прямое наблюдение, альтиметрия и моделирование распространения (4 час.)**

Транспорт изотопов цезия в Куроисио и площадь поражения после

аварии. Кольца Куроисио и поверхностный транспорт. Сравнение результатов моделирования с данными съемок во время круизов в июне и июле 2011 года. Роль мезомасштабных вихрей в переносе изотопов цезия. Круиз научного судна в июне – июле 2012 года. Наблюдаемое и полученное в ходе моделирования горизонтальное распределение изотопов цезия и идентификация мезомасштабных вихрей. Вертикальная структура вихрей и вертикальное распределение  $^{134}\text{Cs}$  и  $^{137}\text{Cs}$ . Карты слежения за образцами, собранными в центрах вихрей субарктического фронта.

### **Тема 8. Лагранжевы фронты и когерентные структуры (4 час.)**

Гидрологические и лагранжевы фронты.

Лагранжевы фронты благоприятны для ловли сайры. Идентификация лагранжевых фронтов. Вылов сайры в областях наблюдений сильных лагранжевых фронты.

Лагранжевы фронты, благоприятные для промысла неоновых летающих кальмаров. Места для рыбного промысла при интрузии Субарктического фронта. Рыболовство внутри и вокруг мезомасштабных вихрей Хоккайдо. Рыболовство при интрузии в центральной части изучаемой области.

## **II. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА**

Фонд оценочных средств прилагается.

## **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

### **ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **Основная литература**

1. Заславский Г.М. Введение в нелинейную физику. От маятника до турбулентности и хаоса. М.: Наука, 1988. 367 с.
2. Заславский Г.М., Сандеев Р.З., Усиков Д.А., Черников А.А. Слабый хаос и квазирегулярные структуры. М.: Наука, 1991. 240 с.
3. Sergey V. Prants, Michael Yu. Uleysky, Maxim V. Budyansky.

Lagrangian Oceanography. Large-scale Transport and Mixing in the Ocean. Springer International Publishing. 2017. 273 p.

4. Кошель К.В., Пранц С.В. Хаотическая адвекция в океане. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2008. 364 с.

5. Косевич А.М., Ковалев А.С. Введение в нелинейную физическую механику. Киев: Наук. думка, 1989. 304 с.

6. Анищенко В.С. Знакомство с нелинейной динамикой: лекции соросовского профессора. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 144 с.

7. Карлов Н.В., Кириченко Н.А. Колебания, волны, структуры. М.: Физмалит, 2003. 496 с.

#### **Дополнительная литература**

1. Гончаров В.П., Павлов В.И. Гамильтонова вихревая и волновая динамика. М.:ГЕОС, 2008. 432 с.

2. Рюэль Д. Случайность и хаос. Ижевск: НИЦ, 2001. 192 с.

3. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Основы теории сложных систем. М.-Ижевск: НИЦ, Институт компьютерных исследований, 2007. 620 с.

4. Абрашкин А. А., Якубович Е. И. Вихревая динамика в лагранжевом описании. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 176 с.