

ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ПОВЕРХНОСТНОГО ВОЛНЕНИЯ НА СРЕДНЮЮ ИНТЕНСИВНОСТЬ НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА В МЕЛКОВОДНОМ ВОЛНОВОДЕ АРКТИЧЕСКОГО ТИПА

Гулин О.Э., Ярощук И.О.

*Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева, г. Владивосток
gulinoe@poi.dvo.ru*

Несмотря на наличие обширной литературы по проблеме рассеяния волн на шероховатой поверхности [1–6], особенностям затухания средней интенсивности звукового поля, ее флуктуациям (сцинтилляциям) в волноводах с потерями и случайной свободной поверхностью в известных публикациях уделено недостаточно внимания. Можно указать лишь на несколько работ, посвященных модельным вычислениям потерь при распространении, выполненных в рамках методов малых возмущений и плавных возмущений ВКБ для рассматриваемой задачи о мелководном случайно-неоднородном волноводе [5–8]. Предлагаемое исследование выполнено на основе статистического моделирования средней интенсивности звука, а также флуктуаций интенсивности (индекса сцинтилляций) [9, 10].

Рассмотрим аксиально-симметричную постановку задачи: (r, z) – координаты цилиндрической системы, точечный источник излучения расположен в водной среде мелкого моря при $r = 0$, $z = z_0 \in (0, H)$. Звуковое поле частоты ω в морском волноводе с шероховатой свободной поверхностью $H(r)$, скоростью звука $c(r, z)$ и плотностью $\rho(r, z)$ описывается линейными уравнениями акустики первого порядка для полей звукового давления $p(r, z)$ и компонент колебательной скорости жидких частиц, $w(r, z)$ – вертикальной и $v(r, z)$ – горизонтальной:

$$\frac{\partial p(r, z)}{\partial z} = i\omega\rho(r, z)w(r, z), \quad \frac{\partial p(r, z)}{\partial r} = i\omega\rho(r, z)v(r, z),$$

$$\rho(r, z) \left[\frac{\partial w(r, z)}{\partial z} + \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) v(r, z) \right] - \frac{i\omega}{c^2(r, z)} p(r, z) = \frac{i\delta(r)\delta(z - z_0)}{\omega r} . \quad (1)$$

Будем рассматривать модель среды волновода, включающую водную толщу, $0 < z \leq H(r)$, и подстилающее полупространство жидких осадков, $z \leq 0$. К уравнениям (1) формулируются соответствующие граничные условия на поверхности и дне волновода. На свободной неровной поверхности моря $p(H(r)) = 0$, на донной границе раздела – условие непрерывности давления $p(r, +0) = p(r, -0)$ и нормальной компоненты скорости жидких частиц $v_n = [w^2 + v^2]^{1/2}$. В случае $\rho(r, z) = \rho(z)$ и горизонтальности дна: $v_n(r, +0) = w(r, +0) = w(r, -0)$. Также подразумевается выполнение условий излучения при $r \rightarrow \infty$, $z \rightarrow -\infty$, что исключает из рассмотрения волны, приходящие из бесконечности. Согласно методу поперечных сечений (локальных мод) [6] решение (1) с озвученными условиями целесообразно искать в низкочастотном диапазоне с помощью сходящихся разложений по локальным модам (в каждом r – сечении):

$$\begin{aligned} p(r, z) &= \sum_{m=1}^M G_m(r) \varphi_m(r, z) ; \\ w(r, z) &= [i\rho(r, z)\omega]^{-1} \sum_{m=1}^M G_m(r) \partial \varphi_m(r, z) / \partial z ; \\ v(r, z) &= [i\rho(r, z)\omega]^{-1} \sum_{m=1}^M F_m(r) \varphi_m(r, z) . \end{aligned} \quad (2)$$

В (2) под знаками сумм входят модовые амплитуды $G_m(r)$, $F_m(r)$, а также локальные собственные функции $\varphi_m(r, z)$ задачи Штурма-Лиувилля. Последние удовлетворяют уравнению Гельмгольца и граничным условиям на поверхности и на дне океана в r -сечениях волновода:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \varphi_m(r, z) + [k^2 - \kappa_m^2(r)] \varphi_m(r, z) &= 0 , \quad \varphi_m(r, H) = 0 , \\ \varphi_m(r, 0) + g_m(r) \varphi'_m(r, 0) &= 0 . \end{aligned} \quad (3)$$

В (3) $\varphi'_m(r, 0) = (\partial \varphi_m(r, z) / \partial z)|_{z=0}$, $k = \omega/c$, $\kappa_m(r)$ – собственные значения, $g_m(r)$ характеризует импеданс проницаемого дна в виде

поглощающего полупространства осадков при $z \leq 0$, а шероховатая поверхность $H(r)$ в общем случае задается ансамблем реализаций случайной функции. Число мод для вычислений, $m = 1, 2, \dots, M$, из физических соображений всегда ограничено.

В волновой зоне, $|\kappa_m r| \gg 1$, вместо векторов $\vec{G}(r) = \{G_m(r)\}^T$, $\vec{F}(r) = \{F_m(r)\}^T$ введем квадратные матрицы $(M \times M)$ $G(r)$, $F(r)$ модовых амплитуд, такие, что $\vec{G}(r) = G(r)\vec{b}(L)$, $\vec{F}(r) = F(r)\vec{b}(L)$, $\vec{b}(L)$ – вектор-столбец амплитуд мод, падающих на нерегулярную среду, с элементами $b_m(L) = \varphi_m(0, z_0) \kappa_m^{-1/2}(L) \exp[i\kappa_m(L)L]$. На основании (1)–(3) можно сформулировать следующую краевую задачу для уравнений метода поперечных сечений [11]:

$$\frac{\partial G(r)}{\partial r} = F(r) - V(r)G(r), \quad \frac{\partial F(r)}{\partial r} = -\kappa^2(r)G(r) + V^T(r)F(r), \quad (4a)$$

$$i\kappa(L)G(L) + F(L) = 2i\kappa(L), \quad i\kappa(L_0)G(L_0) - F(L_0) = 0. \quad (4b,в)$$

Решение задачи (4а-в) осуществлялось на основе переформулировки в причинные уравнения погружения [11, 12] и явной записи вида решения для модовых амплитуд через матрицант. Для проведения численного статистического анализа была осуществлена привязка к значениям параметров, которые характерны для шельфовых зон арктических морей, в частности, районов Карского моря и, в осенний период, шельфа Японского моря. Рассматривался мелководный волновод, в котором происходит распространение тонального звукового сигнала частоты 500 Гц (длина волны $\lambda \approx 2,9$ м). Волновод имеет среднюю глубину $\langle H(r) \rangle = 40$ м, случайно шероховатую поверхность и горизонтальное дно. В водном слое однородные профили скорости звука $c = 1460$ м/с и плотности $\rho = 1,02$ г/см³. Дно, $z \leq 0$, представляет собой жидкое поглощающее полупространство неконсолидированных осадков с показателем преломления на границе раздела вода – дно $n = (c/c_1)(1 + i\beta_1)$. В донных осадках, следуя данным измерений, приведенным в [13, 14], задаем импеданс посредством плотности, $\rho_1 = 1,85$ г/см³, поглощения $\beta_1 = 0,02$ (≈ 1 дБ/λ) и скорости звука c_1 . Шероховатости взволнованной поверхности $\delta h(r)$, $H(r) = \langle H \rangle + \delta h(r)$, полагаем гауссовым случайным процессом с корреляционной функцией: $B_s(r_2 - r_1) = \sigma_s^2 K(|r_2 - r_1|/L_s)$. Интенсивность флуктуаций $\sigma_s^2 = \langle (\delta h)^2 \rangle$ за-

давалась величиной $\sigma_s^2 = 1 \text{ м}^2$, так что $\sigma_s \ll H$, $\sigma_s < \lambda$ [12]. Важным параметром является эффективный радиус корреляции случайных неоднородностей L_s . Это – характерный масштаб изменения батиметрии $H(r)$, такой что $L_s > \lambda$, $L_s \gg \sigma_s$. Исходя из известных данных о поверхностном волнении, определим параметры L_s , σ_s . Если частотная спектральная плотность волнения $S(\Omega)$, а $\Omega = (gk)^{1/2}$ – дисперсионное уравнение поверхностных волн, связывающее частоту Ω и волновое число k , то корреляционная функция $B_s(r)$ следующим образом выражается через пространственную спектральную плотность $G(k)$ [2,6]:

$$G(k) = \frac{\sqrt{g}}{2k\sqrt{k}} S(\sqrt{gk}) R(k, \alpha), \quad B_s(r) = 2\pi \int_0^\infty dk k J_0(kr) G(k) \quad (5)$$

В (5) g – ускорение свободного падения, $k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ – волновое число, $R(k, \alpha) = b \cos^{v(k)} \alpha$ описывает зависимость от направления ветра, b – нормировочная константа, α – угол между направлением ветра и волнения $|\alpha| \leq \pi/2$. Далее за основу возьмем процесс с частотным спектром Пирсона-Неймана, который получил широкое распространение в литературе для описания развитого поверхностного волнения [6,8]: $S(\Omega) = S[(gk)^{1/2}] = C(gk)^{-3} \exp(-2g/(kv^2))$, v – скорость ветра в м/с, $C = 2,4 \text{ м}^2/\text{с}^5$ – эмпирическая константа. Данному виду частотного спектра соответствует пространственная спектральная плотность $G(k) = C \exp(-2g/(kv^2)) R(k, \alpha) g^{-5/2} k^{-9/2}$. Для простоты и усиления статистического эффекта считаем, что угол α равен нулю, тогда $R(k, \alpha) = b = (2\pi)^{-1}$. Согласно (5) корреляционная функция принимает вид:

$$B_s(r) = 0.5 C g^{-5/2} \int_0^\infty dk k^{-7/2} J_0(kr) e^{-2g/(kv^2)}. \text{ Интенсивность флуктуаций } \sigma_s^2 = B_s(0) \text{ вычисляется через табличный интеграл.}$$

Подставив константу C , получим $\sigma_s^2 \approx 3,12 \times 10^{-6} v^5$, то есть, очевидно, что интенсивность флуктуаций, определяется скоростью ветра. Аналогично для частотного спектра Пирсона-Неймана можно определить и эффективный (интегральный) масштаб корреляции $L_s = \int_0^\infty dr K_s(r)$, $K_s(r) = B_s(r)/B_s(0)$. На рисунке 1 приведено поведение коэффициента корреляции $K_s(r)$ для развитого волнения в направлении ветра, дующего над поверхностью со скоростью 12,6 м/с. Для данной скорости ветра $\sigma_s^2 \approx 1 \text{ м}^2$, а масштаб корреляции $L_s \approx 20 \text{ м}$.

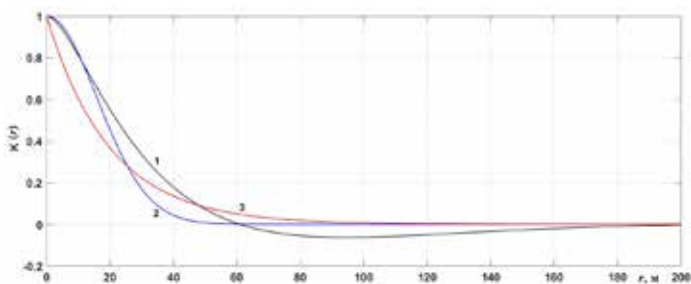


Рис. 1. Коэффициенты корреляции для разных частотных спектров. Кривые: 1 – для спектра Пирсона-Неймана, 2 – гауссова функция корреляции $B_s(r) = \sigma_s^2 \exp[-\pi(r_2 - r_1)^2 / (4L_s^2)]$, 3 – экспоненциальная функция корреляции $B_s(r) = \sigma_s^2 \exp(-|r_2 - r_1| / L_s)$. $L_s = 20$ м, $\sigma_s^2 = 1$ м²

Функции $K_s(r)$, представленные на рисунке 1 с указанными параметрами σ_s^2 и L_s , были использованы для выполнения сравнительных модельных расчетов.

Численное моделирование средней интенсивности и ее флуктуаций было проведено для мелководного волновода с двумя типами донной границы: сильно проницаемой (водоподобного типа), $c_1 = c = 1460$ м/с, и хорошо отражающей $c_1 = 1600$ м/с. На рисунках 2, 3 представлены графики средней интенсивности на финальных участках дистанции, где влияние вида пространственных корреляционных функций волнения максимально.

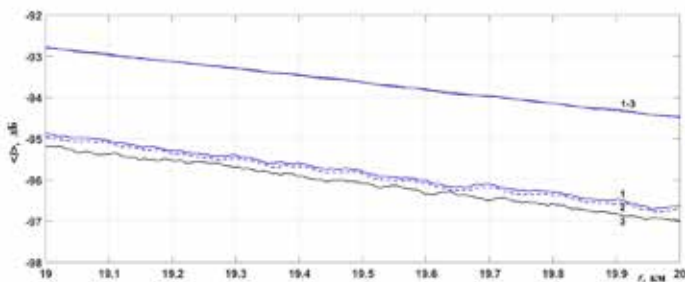


Рис. 2. Затухание средней интенсивности сигнала 500 Гц в волноводе с взволнованной поверхностью и водоподобным дном для разных функций корреляции поверхностного волнения, $z_0 = z = 16$ м. Кривые: 1 – спектр Пирсона-Неймана; 2 (штрих) – гауссова корреляционная функция; 3 – экспоненциальная корреляционная функция. Верхние кривые 1–3 – адиабатическое приближение для указанных функций корреляции поверхностного волнения

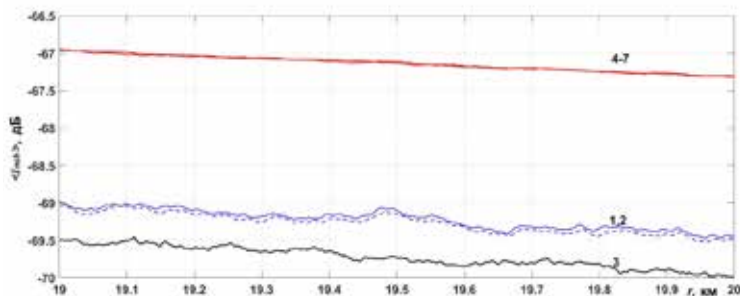


Рис. 3. Затухание средней интенсивности сигнала 500 Гц в волноводе с взволнованной поверхностью и отражающим дном для разных функций корреляции поверхностного волнения, $z_0 = z = 16$ м. Кривые: 1 – спектр Пирсона-Неймана; 2 (штрих) – гауссова корреляционная функция; 3 – экспоненциальная корреляционная функция. Верхние кривые: 4–6 – адиабатическое приближение для указанных функций корреляции поверхностного волнения, 7 – волновод с ровной поверхностью

Выводы. Вид корреляционной функции (спектра) поверхностного волнения не оказывает существенного влияния на статистическую картину распространения сигнала в волноводе, и поэтому корреляционная функция может быть выбрана из соображений удобства моделирования. Как и в других задачах, например, при изучении флуктуаций скорости звука в стохастическом волноводе, основную роль играют параметры случайного поля – его интенсивность σ_s^2 и эффективный радиус корреляции L_s , которые, в частности для шероховатой границы, определяются скоростью ветра над поверхностью моря.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме «Изучение природы линейного и нелинейного взаимодействия геосферных полей переходных зон Мирового океана и их последствий», номер гос. регистрации 124022100074-9.

Литература

1. Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972.
2. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Т.2. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
3. Ogilvy J.A. Wave scattering from rough surface // Rep. Prog. Phys. 1987. V. 50. P. 1553-1608.

4. Darmon M., Dorval V., Baque F. Acoustic scattering models from rough surfaces: a brief review and recent advances // *Appl. Sci.* 2020. V. 10 (22). 8305. <https://doi.org/10.3390/app10228305>.
5. Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J. *Fundamentals of shallow water acoustics*. Springer: New York, USA, 2012.
6. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. *Теоретические основы акустики океана*. М.: Наука, 2007.
7. Луньков А.А., Петников В.Г. Влияние случайных гидродинамических неоднородностей на затухание низкочастотного звука в мелком море // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56. № 3. С. 364-372.
8. Луньков А.А., Петников В.Г., Черноусов А.Д. Затухание звука на океанском шельфе на небольших расстояниях от источника в присутствии поверхностного волнения // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63, № 2. С. 180-186. <https://doi.org/10.7868/S0320791917010087>.
9. Ярошук И.О., Гулин О.Э. *Метод статистического моделирования в задачах гидроакустики*. Владивосток: Дальнаука, 2002.
10. Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. Simulation of underwater acoustical field fluctuations in shallow sea with random inhomogeneities of sound speed: depth-dependent environment // *Journ. Comp. Acoust.* 2014. V. 22. 1440002. <https://doi.org/10.1142/S0218396X14400025>.
11. Гулин О.Э. Причинные уравнения первого порядка для моделирования волновых полей в горизонтально-неоднородном океане // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 1. С. 23-29. <https://doi.org/10.1134/S1063771006010039>.
12. Гулин О.Э., Ярошук И.О., Коротченко Р.А. О средней интенсивности поля и отдельных мод низкочастотного звукового сигнала в мелководном волноводе со статистически неровной донной границей // *Акуст. журн.* 2024. Т. 70. № 4. С. 51-69. <https://doi.org/10.31857/S0320791924030019>.
13. Григорьев В.А., Петников В.Г., Росляков А.Г., Терехина Я.Е. Распространение звука в мелком море с неоднородным газонасыщенным дном // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 3. С. 342-358. <https://doi.org/10.7868/S032079191803005X>.
14. Яшин Д.С., Ким Б.И. Геохимические признаки нефтегазоносности Восточно-Арктического шельфа России // *Геология нефти и газа*. 2007. Т. 4. С. 25-29.