DOI: 10.34906/9785604968383.336

СОЛИТОННАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В РАМКАХ УРАВНЕНИЯ ШАМЕЛЯ

Диденкулова Е.Г.[1,2], Пелиновский Е.Н.[1,2], Flamarion M.V.[3]

[1]*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Н.Новгород*
[2]*Институт прикладной физики РАН, г. Н.Новгород*
[3]*Unidade Acadkmica do Cabo de Santo Agostinho, Brazil*
edidenkulova@hse.ru

Солитоны являются точным решением многих уравнений и имеют приложения в геофизике. Они представляют собой когерентные импульсы большой амплитуды, форма и скорость которых не изменяются при взаимодействии друг с другом. Такое поведение объясняется балансом между дисперсией и нелинейностью, которые, с одной стороны, способствуют расплыванию импульса, а с другой – приводят к его укручению. Большое значение солитонов заключается в их способности передавать энергию на большие расстояния. Таким образом, физическая система, в динамике которой ключевую роль играют солитоны, может быть подвержена образованию аномально больших волн («волн-убийц»). Первоначально эта проблема возникла в рамках интегрируемых моделей, таких как нелинейное уравнение Шрёдингера и Кортевега-де Вриза (КдВ), где солитоны взаимодействуют упруго. Впервые понятие солитонной турбулентности ввел В. Захаров в работе [1], где была построена кинетическая теория разреженного газа солитонов. Позднее эта концепция была распространена на плотный солитонный газ с часто взаимодействующими солитонами [2]. Кинетические уравнения описывают транспорт спектральных данных ассоциированной задачи рассеяния, но не дают информацию о фазах солитонов, поэтому они непригодны для изучения их статистики. Удобной альтернативой стало прямое численное моделирование волнового ансамбля. Эти результаты для интегрируемых КдВ-моделей можно найти в [3–6].

Проблема солитонной турбулентности также может быть исследована в неинтегрируемых моделях, допускающих существование солитоноподобных импульсов, взаимодействующих почти упруго. В [7] авторы сравнили коллективное поведение ансамблей солитонов в рамках уравнения КдВ и неинтегрируемых моделей типа КдВ–ББМ методами прямого численного моделирования. Установлена близость поведения волновых полей, в том числе то, что распределения вероятностей остаются квазиинвариантными в процессе эволюции системы как для случая КдВ, так и для случая КдВ–ББМ. В настоящей работе солитонная турбулентность исследуется в рамках другого неинтегрируемого уравнения - уравнения Шамеля, которое широко используется в физике плазмы [8–9].

Сначала было исследовано парное взаимодействие солитонов. Было показано, что в рамках уравнения Шамеля реализуется три режима взаимодействия двух солитонов. В первом режиме в процессе взаимодействия сохраняются два разделенных гребня, в то время как во втором и третьем режиме количество локальных максимумов изменяется по схеме $2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ или $2 \rightarrow 1 \rightarrow 2$. Также было показано, что статистические моменты в случае столкновений двух уединенных волн качественно аналогичны уравнению КдВ, а фазовые сдвиги после солитонных взаимодействий близки к таковым в интегрируемых моделях КдВ и модифицированного КдВ [10].

Далее был проведен анализ динамики солитонного газа в рамках уравнения Шамеля и его статистические свойства с помощью численного моделирования. Рассматривались два вида солитонных ансамблей: однополярных и разнополярных. Примеры солитонного газа в начальный момент времени приведены на рис. 1. С течением времени солитоны взаимодействуют друг с другом. Несмотря на то, что, как было показано, при взаимодействии двух солитонов одной полярности амплитуда результирующего импульса меньше, чем амплитуду наибольшего солитона, максимум мульти-солитонного поля превышает амплитуду наибольшего солитона, так как солитоны взаимодействуют не совсем упруго и при взаимодействии солитонов возникают небольшие флуктуации, движущие в противоположные стороны. При взаимодействии с другими солитонами это приводит к увеличению максимума волнового поля, хотя и незначительному. В случае же разнополярного солитонного газа, наблюдается возникновение аномально больших импульсов («волн-у-

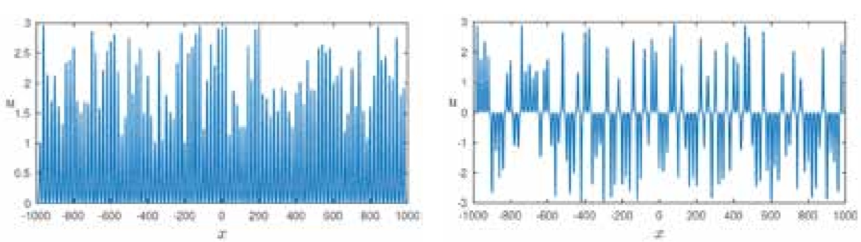

Рис.1. Солитонные ансамбли в начальный момент времени: однополярный солитонный газ (слева) и разнополярный солитонный газ (справа)

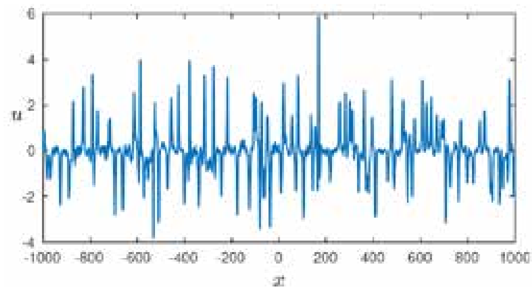

Рис. 2. Волна-убийца в разнополярном солитонном газе

бийц») в результате множественного взаимодействия разнополярных солитонов (рис. 2).

Работа выполнена при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ соглашение № 075-15-2022-1101.

Литература

1. Zakharov V.E. Kinetic Equation for Solitons // JETP. 1971. V. 24. P. 455.
2. El G.A., Kamchatnov A.M. Kinetic Equation for a Dense Soliton Gas // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 204101.
3. Shurgalina E., Pelinovsky E. Nonlinear dynamics of a soliton gas: Modified Korteweg-de Vries equation framework // Phys. Lett. A. 2016. V. 380. P. 2049-2053.
4. Shurgalina E., Pelinovsky E. KDV soliton gas: interactions and turbulence, Book: Challenges in Complexity: Dynamics, Patterns, Cognition (editors: I. Aronson, A. Pikovsky, N. Rulkov, L. Tsimring). Series: Nonlinear Systems and Complexity, Springer. 2017. V. 20. P. 295-306.
5. Pelinovsky E.N., Shurgalina E.G. Formation of freak waves in a soliton gas described by the modified Korteweg–de Vries equation // Doklady Physics. 2016. V. 61. P. 423-426.
6. Slunyaev A.V., Pelinovsky E.N. The role of multiple soliton interactions in generation of rogue waves: the mKdV framework // Phys. Review Letters. 2016. V. 117. P. 214501.
7. Dutykh D., Pelinovsky E. Numerical simulation of a solitonic gas in KdV and KdV-BBM equations // Phys. Letters A. 2014. V. 378. P. 3102–3110.
8. Schamel H. A modified Korteweg-de Vries equation for ion acoustic wavess due to resonant electrons // Journal of Plasma Physics. 1973. V. 14. P. 905.
9. Williams G., Verheest F., Hellberg M.A., Anowar M.G.M, Kourakis I.A. Schamel equation for ion acoustic waves in superthermal plasmas // Phys. of Plasma. 2014. V. 21. P. 092103.
10. Flamarion M.V., Pelinovsky E., Didenkulova E. Investigating overtaking collisions of solitary waves in the Schamel equation // Chaos, Solitons & Fractals. 2023 (accepted).