DOI: 10.34906/9785604968383.230

К ВОПРОСУ ОБ АДИАБАТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ В ЗАДАЧЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА В МЕЛКОВОДНОМ АРКТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ СО СЛУЧАЙНО-НЕРОВНОЙ ДОННОЙ ГРАНИЦЕЙ

Гулин О.Э., Ярощук И.О.

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева, г. Владивосток
yaroshchuk@poi.dvo.ru

В последнее десятилетие появилось немало работ, посвященных моделированию модового распространения звука в нерегулярных двух- и трехмерных волноводах, авторы которых игнорируют взаимодействие между локальными модами [1,2]. Тем самым осуществляется переход к адиабатическому приближению теории волн [3-5]. Как правило, это делается для упрощения формулировки задач, поскольку эффект межмодового взаимодействия предполагает учет дополнительных членов в уравнениях для амплитуд локальных мод, которые затрудняют вычисления и получение решения. Например, переход к адиабатическому приближению является распространенным способом сформулировать подходящим образом трехмерно-неоднородную задачу. Авторы избавляются от вертикальной координаты в исходном трехмерном уравнении, пренебрегая членами, отвечающими за взаимодействие мод, и рассматривают приближенное двумерное уравнение рефракции (уравнение Гельмгольца) для исследования волновых процессов в горизонтальной плоскости. Проблема, однако, состоит в том, что область применимости такого приближения (адиабатического) далеко не всегда позволяет установить особенности распространения, которые присущи нерегулярным волноводам, и которые обусловлены наличием в точных уравнениях отбрасываемых членов. Такое приближенное описание для волноводов с реальными параметрами зачастую приводит не только к заметным количественным ошибкам, но может и качественно изменять картину волновых явлений. В настоящей работе рассмотрено одно из таких явлений, связанное со случайной неровностью границы раздела вода – донные осадки в двумерно-неоднородном волноводе мелкого моря. Показано, что для мелкомасштабных флуктуаций батиметрии такого волновода адиабатическое приближение приводит к совершенно неверным результатам затухания интенсивности низкочастотных сигналов для случая сильно пропускающей донной границы. При наличии отражающей границы типичной степени жесткости адиабатическое приближение более приемлемо для средней интенсивности полного поля, но дает ошибку для поля отдельных мод номеров $m > 1$.

Рассмотрим классическую аксиально-симметричную постановку задачи для уравнений акустики, описывающую распространение монохроматического сигнала частоты 250 Гц в нерегулярном волноводе мелкого моря. Волновод состоит из однородного водного слоя, характерного для морей арктического шельфа (например, Карское море [6, 7]), и толщи неконсолидированных жидких осадков, разделенных случайно-шероховатой границей H. Для функции акустического давления p справедливо уравнение следующего вида [4, 5, 8]:

$$\rho r^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho^{-1}\frac{\partial p(r,z)}{\partial r}\right)+\rho\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho^{-1}\frac{\partial p(r,z)}{\partial z}\right)+\frac{\omega^2}{c^2}p(r,z)=-\frac{\delta(r)\delta(z-z_0)}{2\pi r}, \quad (1)$$

в котором (r,z) – координаты цилиндрической системы, точечный источник излучения расположен при $r = 0$, $z = z_0$; $c=c(r,z)$ – скорость звука, $\rho=\rho(r,z)$ – плотность. Граничные условия к (1): $p(r,0) = 0$ (свободная поверхность), – а на донной границе раздела – непрерывность давления и нормальной к неровной границе $H(r)$ компоненты скорости частиц. Также при z, $r \to\infty$ подразумевается выполнение условий излучения. В рамках метода поперечных сечений [4,5] поле давления $p(r,z)$ для (1) можно искать с помощью разложения по локальным модам горизонтально-неоднородного волновода:

$$p(r,z)=\sum_m G_m(r)\,\varphi_m(r,z);$$
$$\rho\frac{\partial}{\partial z}\left[\rho^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\varphi_m(r,z)\right]+\left[k^2-\kappa_m^2(r)\right]\varphi_m(r,z)=0\ . \quad (2)$$

В (2) $k=\omega/c(r,z)$, $\kappa_m(r)$ – собственные значения, а φ_m – собственные функции задачи Штурма-Лиувилля (m = 1,2…). На поверхности и дне H океана φ_m удовлетворяют следующим граничным условиям: $\varphi_m(r,0) = 0$, $\varphi_m(r,H) + g_m(r)\varphi'_m(r,H) = 0$ ($\varphi'_m(r,H) = (\partial\varphi_m(r,z)/\partial z)|_{z=H}$). В последнем условии $g_m(r)$ характеризует импеданс проницаемого дна, а шероховатая граница $H(r)$ задается случайной функцией, в результате чего задача (1) – (2) становится стохастической. При этом ясно, что локальные моды волновода $G_m(r)\varphi_m(r,z)$ будут случайными функциями r. Заметим, что условие на границе раздела H вода − жидкие осадки соответствует непрерывности давления и вертикальной компоненты скорости моды: $\varphi_m(r,H-0) = \varphi_m(r,H+0)$, $\varphi'_m(r,H-0)/\rho(r,H-0)= =\varphi'_m(r,H+0)/\rho(r,H+0)$. В то же время для уравнения (1) должно выполняться условие непрерывности нормальной к границе компоненты скорости: $p'_{\mathrm{n}}(r,H-0)/\rho(r,H-0) = p'_{\mathrm{n}}(r,H+0)/\rho(r,H+0)$, $p'_{\mathrm{n}} = \partial p/\partial \mathrm{n}$, $\mathrm{n} \perp H(r)$. В этом заключается важнейшее отличие приближенных методов анализа (адиабатического и стандартного параболического уравнения) от точного рассмотрения метода поперечных сечений [8, 9]. Приближения не учитывают разницу между вертикальной составляющей скорости на границе раздела и нормальной компонентой. В рамках метода поперечных сечений, пренебрегая обратно рассеянным полем, для модовых амплитуд $G_m(r)$ в (2) получается выражение:

$$G_m(r) = A_m(r)\exp\left\{\int_0^r\left[i\kappa_m(\xi) - (2a_m)^{-1}\sum_n a_n[V_{mn}(\xi)\left(\frac{\kappa_m(\xi)}{\kappa_n(\xi)}\right) - V_{nm}(\xi)]\right]d\xi\right\}, \tag{3}$$

где $a_m = \varphi_m(0,z_0)\exp[i\kappa_m(r)r]/2$, $A_m = i\varphi_m(0,z_0)[8\pi i\kappa_m(r)r]^{-1/2}$, $\kappa_m r >> 1$. В (3) $V(r)$ – матрица с элементами $V_{mn}(r) = \int_0^\infty \frac{\varphi_m(r,z)}{\rho(r,z)}\frac{\partial\varphi_n(r,z)}{\partial r}dz$. Форма записи решения (3) удобна для аналитического рассмотрения. С точки зрения непосредственных расчетов предпочтительнее может быть матричная запись решения, приведенная в работе [9] через частную форму матриցанта. $V(r)$ и транспонированная матрица $V^T(r)$ описывают межмодовое взаимодействие из-за горизонтальных изменений, вызванных случайной неровностью донной границы H. Адиабатическое приближение игнорирует данные матрицы в решении, рассматривая лишь первый член в экспоненте (3) с флуктуирующими волновыми числами $\kappa_m(r)$. Результатом этого являются ошибки в поведении средней интенсивности звука в волноводе, представленной ниже.

Для моделирования рассматривался мелководный волновод средней глубины $\langle H(r)\rangle = 40$ м. В его водном слое $0 \le z < H(r)$ однородные профили скорости звука $c = 1460$ м/с и плотности $\rho = 1.023$ г/см^3. Дно $z \ge H(r)$ – жидкое поглощающее полупространство. Следуя данным измерений в [6,7], задаем импеданс дна посредством плотности, $\rho_1 = =1.85$ г/см^3, поглощения $\beta_1 = 0.02$ и скорости звука c_1. Случайные неровности границы раздела вода – осадки $\delta h(r)$, $H(r) = \langle H\rangle + \delta h(r)$, полагаем гауссовым случайным процессом с экспоненциальной корреляционной функцией: $B_h(r_2 - r_1) = \sigma_h^2\exp(-|r_2 - r_1|/L_h)$. Интенсивность флуктуаций $\sigma_h^2 = \langle(\delta h)^2\rangle = 1$ м^2, а важнейший параметр L_h является характерным масштабом изменения батиметрии $H(r)$. Ниже показано влияние мелкомасштабных флуктуаций $\delta h(r)$, $L_h = 20$ м.

Статистическое моделирование интенсивности звукового поля было выполнено с использованием ансамбля из 10^3 реализаций для двух типов донных границ мелководного волновода: сильно проницаемой границы раздела, $c_1 = c = 1460$ м/с, что часто встречается на шельфе арктических морей с повышенной газонасыщенностью в донных осадках [6,7], и границы со значительной отражательной способностью, $c_1 = 1600$ м/с. В первом случае в волноводе формируются только вытекающие моды [5], для расчета учтено 6 таких мод. В случае отражающей границы моды номеров 1–6 – распространяющиеся, дополнительно к ним учитывались 3 вытекающие моды. Графики средних потерь при распространении приведены на рис. 1 и 2. Хорошо видно, что точное решение (2)–(3) для однонаправленного распространения (ОР), учитывающее межмодовое

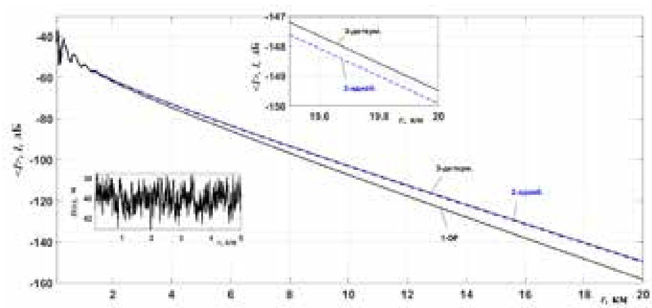

Рис. 1. Спадание средней интенсивности сигнала частоты 250 Гц в волноводе с флуктуациями пропускающей донной границы, $z_0 = z = 24$ м, $L_h = 20$ м. Кривая 1 – приближение рассеяния вперед (ОР); штриховая кривая 2 – адиабатическое приближение ($V_{mn} = 0$); кривая 3 – горизонтальная граница ($\delta h = 0$). Вставка внизу – пример неровной границы в 1-й реализации.

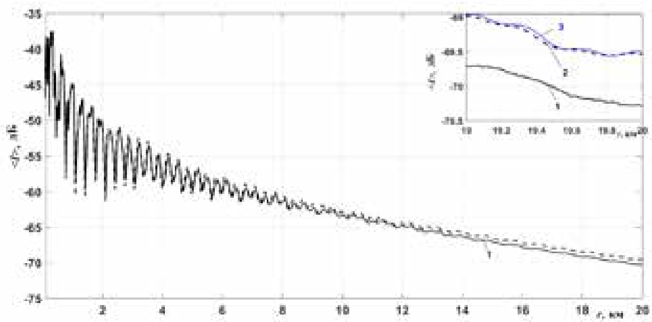

Рис. 2. Отражающая неровная граница. Кривые аналогичны приведенным на рис. 1: 1 – ОР, 2 – «адиабатика», 3 – $\delta h = 0$.

взаимодействие, весьма сильно расходится с адиабатическим приближением. Последнее, в свою очередь, с точностью до десятых долей децибела совпадает с детерминированным случаем невозмущенного волновода, $\delta h(r) = 0$, то есть «адиабатика» практически не дает верного описания энергетической структуры поля в волноводе с неровным дном (сравни кривые 1 и 2 на рисунках). Этот факт имеет место, как для сильно пропускающей донной границы (рис. 1), так и, в значительно меньшей степени, в случае отражающей (жесткой) границы (рис. 2). Таким образом, для волноводов с неровными границами использование адиабатического приближения может быть оправдано только в тех случаях, когда взаимодействием мод можно пренебречь. Для этого необходимы либо малые, либо крупномасштабные возмущения границы волновода [9].

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме «Изучение фундаментальных основ возникновения, развития, трансформации и взаимодействия гидроакустических, гидрофизических и геофизических полей Мирового океана», номер гос. регистрации: AAA-A-A20-120021990003-3.

Литература

1. Petrov P.S., Prants S.V., Petrova T.N. Analytical Lie-algebraic solution of a 3D sound propagation problem in the ocean // Physics Letters A. 2017. V. 381. P. 1921–1925.
2. Lunkov A., Sidorov D., Petnikov V. Horizontal refraction of acoustic waves in shallow-water waveguides due to an inhomogeneous bottom structure // J. Mar. Sci. Eng. 2021. V. 9. 1269.
3. Pierce A. D. Extension of the method of normal modes to sound propagation in an almost-stratified medium // The Journal of the Acoustical Society of America. 1965. V. 37. No. 1. P. 19–27.
4. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат. 1982.
5. Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., Schmidt H. Computational Ocean Acoustics. Springer: New York, USA; Dordrecht, The Netherlands; Heildelberg, Germany; London, UK, 2011.
6. Григорьев В.А., Петников В.Г., Росляков А.Г., Терехина Я.Е. Распространение звука в мелком море с неоднородным газонасыщенным дном // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 3. С. 342–358.
7. Яшин Д.С., Ким Б.И. Геохимические признаки нефтегазоносности Восточно-Арктического шельфа России // Геология нефти и газа. 2007. Т. 4. С. 25-29.
8. Бреховских Л.М., Годин О.А. Звуковые поля в слоистых и трехмерно-неоднородных средах. Акустика неоднородных сред. 2009. Т. 2. М.: Наука.
9. Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. On average losses of low-frequency sound in a two-dimensional shallow-water random waveguide // J. Mar. Sci. Eng. 2022. V. 10 (6). 822.