

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ТИХООКЕАНСКИЙ ОКЕАНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.И. ИЛЬЧЕВА  
ДАЛЬНЕВОСТОЧНОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
(ТОИ ДВО РАН)

УДК 55+550.3 (260/265)  
№ гос.регистрации 0201363045  
Инв. №

УТВЕРЖДАЮ

Директор ТОИ ДВО РАН  
академик РАН

\_\_\_\_\_ В. А. Акуличев

«        » марта 2015 г.

ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

по теме:

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ОКЕАНЕ И  
АТМОСФЕРЕ**

(промежуточный)

Руководитель НИР:  
д-р физ.-мат. наук

С.В. Пранц

Владивосток 2014

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы зав. отделом физики океана и атмосферы, зав. лабораторией нелинейных динамических систем д-р физ.-мат. наук	С.В. Пранц (раздел 1, реферат, введение, заключение, общее редактирование)
Ответственные исполнители: Зав. лабораторией геофизической гидродинамики д-р физ.-мат. наук	К.В. Кошель (раздел 5)
Зав. лабораторией взаимодействия океана и атмосферы д-р физ.-мат. наук	М.С. Пермяков (раздел 11)
Вед. науч. сотр. д-р физ.-мат. наук	А.О. Максимов (раздел 7)
Вед. науч. сотр. д-р физ.-мат. наук	В.В. Новотрясов (раздел 3)
Ст. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	Д.В. Степанов (раздел 2)
Вед. науч. сотр. д-р физ.-мат. наук	М.Ю. Трофимов (раздел 8)
Вед. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	В.И. Пак (раздел 6)
Ст. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	С.Б. Козицкий (раздел 4, 8)
Ст. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	А.Б. Захаренко (раздел 8)
Ст. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	П.С. Петров (раздел 12)
Науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	Е.А. Рыжов (раздел 5)
Ст. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	Т.В. Гордейчук (раздел 10)
Науч. сотр. канд. хим. наук	М.В. Казачек (раздел 10)

Ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

Д.В. Макаров  
(раздел 9)

Ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

М.В. Будянский  
(раздел 1)

Ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

М.Ю. Улейский  
(раздел 1)

Науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

Л.Е. Коньков  
(раздел 9)

Инженер

Н.П. Маликова  
(раздел 11)

Вед. инженер

В.П. Семькин  
(раздел 11)

Нормоконтролёр

Н.В. Ковальчук

## РЕФЕРАТ

Отчет 53 с., 19 рис., 0 табл., 1 прил.

ЛАГРАНЖЕВ АНАЛИЗ, ХАОТИЧЕСКАЯ АДВЕКЦИЯ, КРУПНОМАСШТАБНОЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЕ И ПЕРЕНОС, СВОБОДНЫЕ И ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ ВИХРИ, ТЕРМОХАЛИННАЯ КОНВЕКЦИЯ, НЕЛИНЕЙНЫЕ ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ, ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ, РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА, СЛУЧАЙНО НЕОДНОРОДНЫЙ ВОЛНОВОД, ЛУЧЕВОЙ ХАОС, ВОЛНОВОЙ ХАОС, РАССЕЯНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН, АКУСТИЧЕСКАЯ ТОМОГРАФИЯ, ПУЗЫРЬКИ ГАЗА, МОРСКИЕ ОСАДКИ, СОНОЛЮМИНИСЦЕНЦИЯ, ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ, СИНОПТИЧЕСКИЕ ВИХРИ

В настоящем отчете представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований нелинейных динамических процессов в океане. Работы по данному проекту выполнены на современном научном уровне и явились продолжением многолетних исследований коллектива отдела физики океана и атмосферы.

С помощью теории нелинейных динамических систем и лагранжева анализа изучено влияние синоптических вихрей на расходы через проливы между Беринговым морем и Тихим океаном.

На основе численного моделирования исследована пространственно-временная изменчивость циркуляция вод в северной части Японского моря. С помощью численной модели океана INMOM и данных атмосферного воздействия CORE воспроизведена циркуляция вод Японского моря и ее изменчивость с 1948 по 2009 гг. Получена структура климатической циркуляции в промежуточном и глубинном слоях северной части Японского моря, а также спектр ее межгодовой и долгопериодной изменчивости.

Сформулированы условия существования нелинейных внутренних волн Римана в канале с твердой крышкой на свободной поверхности, заполненном тонким слоем однородно-стратифицированной жидкости с постоянной завихренностью. Получены аналитические зависимости скорости распространения фронта такой волны и параметра квадратичной нелинейности от степени завихренности фонового течения.

Разработаны модели систем с мультикомпонентной конвекцией в трехмерной геометрии и численные алгоритмы их реализующие. Проведено численное моделирование этих систем, в результате которого изучены типы конвективных структур, характерные для систем при различных значениях параметров, а также особенности хаотических режимов и влияние слабого вращения на вид конвективных структур.

Рассматривалось взаимодействие сингулярных и распределенных вихревых структур с нестационарными деформационными внешними потоками. Показана роль хаотической адвекции и турбулентной диффузии в формировании распределения примеси в поле скоростей индуцированном эллипсоидальными (дипольными) вихревыми структурами взаимодействующими с нестационарным деформационным внешним потоком.

Разработана численная модель двухслойного вязкого пласта переменной толщины, расположенного на двухфазном слое, на основе совместной системы уравнений двухтемпературной флюидонасыщенной вязкой среды (в двухфазном слое) и уравнений смазки (в двухслойном пласте). Методом малого параметра получено асимптотическое условие, позволяющее реализовать сопряжение разнородных уравнений с хорошей аппроксимацией поля скоростей на больших временах. Приводятся результаты численного моделирования.

Исследована роль геометрии порового пространства осадков как катализатора гетерофазной нуклеации газогидратов.

Обнаружено, что добавление поверхностно-активных веществ (ПАВ) существенно сужает профиль линий металлов в спектрах сонолюминесценции. Обнаружено, что ширина и форма линии металлов существенно различна для высокой и низкой частот ультразвукового облучения. Приведены возможные объяснения частотного эффекта и эффекта ПАВ в контексте динамики кавитационных пузырьков и свойств химического окружения металла.

Выведена система модовых параболических уравнений для произвольного трехмерного слоистого волновода и система однонаправленных модовых уравнений для аксиально-симметричного слоистого волновода, обе с учетом резонансного взаимодействия нормальных мод, описывающие распространение монохроматических звуковых волн в мелком море. Тестовые вычисления показали вычислительную эффективность и хорошую точность полученных уравнений.

Проведено численное моделирование распространения импульсных акустических сигналов вдоль подводного звукового канала в Японском море. Обнаружено, что в присутствии синоптического вихря происходит значительное ослабление межмодовой дисперсии, а также расщепление отдельных сегментов  $t$ - $z$ -диаграммы принимаемого сигнала.

Проведено исследование влияния синоптических вихрей на спектр оператора эволюции акустического поля и выявлено, что наиболее удачным выбором базиса для построения оператора являются моды волновода сравнения, учитывающие адиабатическую изменчивость среды, обусловленную синоптическими вихрями.

Получено асимптотическое решение задачи распространения звука в мелком море с трехмерной неоднородностью дна в форме подводного каньона. Получены условия прозрачной границы для иерархии широкоугольных параболических аппроксимаций.

Влияние взаимодействия планетарных пограничных слоя и фоновых потоков на эволюцию синоптических вихревых возмущений в океане и атмосфере изучалось в численных квазидвумерных моделях геофизической гидродинамики, представляющих уравнение вихря с дополнительными членами, которые эффекты вращения Земли, относительной завихренности и трения. Горизонтальная изменчивости полей основных характеристик пограничного слоя была учтена при выводе уравнений новой баротропной модели.

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Обозначения.....	9
Введение.....	10
<b>1</b> Влияние синоптических вихрей на расходы через проливы между Беринговым морем и Тихим океаном.....	16
<b>2</b> Анализ временной изменчивости циркуляции вод на промежуточных горизонтах и в глубоководных слоях северной части Японского моря с 1948 по 2009 гг с помощью численного моделирования.....	20
<b>3</b> Анализ влияния завихренности на проявление нелинейных свойств у внутренних гравитационных волн в мелком море.....	24
<b>4</b> Моделирование структур трехмерной мультикомпонентной конвекции.....	27
<b>5</b> Индуцированные вихревыми структурами в жидкости, взаимодействующими с деформационным потоком, эффекты хаотической адвекции.....	30
<b>6</b> Разработка численной модели процесса осаждения твердой фазы в двухтемпературной флюидонасыщенной вязкой среде и стыковка этой модели с нелинейными уравнениями двухслойного течения.....	33
<b>7</b> Разработана теория гетерофазной нуклеации газовых включений и газогидратов на неровной поверхности и в мегапористых средах.....	36
<b>8</b> Моделирование распространения акустических волн в слоистых геоакустических волноводах методом однонаправленных модовых уравнений, с учетом резонансного взаимодействия нормальных мод.....	37
<b>9</b> Численное моделирование распространения импульсных акустических сигналов вдоль подводного звукового канала в Японском море и исследование влияния синоптических вихрей на спектр оператора эволюции акустического поля.....	38
<b>10</b> Особенности формы атомных линий металлов при сонолюминесценции ее связь с параметрами кавитационного коллапса и химическим окружением металла.....	40
<b>11</b> Влияние нелинейных эффектов взаимодействия пограничного слоя и фоновых потоков на эволюцию синоптических возмущений.....	43
<b>12</b> Численные и аналитические методы расчета звуковых полей в неоднородных волноводах мелкого моря.....	45

Заключение.....	48
Приложение А .....	52

## ОБОЗНАЧЕНИЯ

ВГВ – внутренняя гравитационная волна

ПВ – поверхностные волны

ПАВ – поверхностно-активное вещество

СЛ – сонолюминисценция

ЯМ – Японское море

ПЗК – подводный звуковой канал

ФТ – фоновое течение

## ВВЕДЕНИЕ

Океан и атмосфера являются глобальной нелинейной динамической системой, находящейся в неравновесном состоянии, с широким спектром пространственных и временных масштабов. Следствием нелинейности является интенсивный обмен энергией между различными степенями свободы и чувствительность состояния океана и атмосферы к малым изменениям некоторых параметров. Нелинейный характер динамики мезомасштабных и субмезомасштабных вихрей в приповерхностном слое океана играет определяющую роль в формировании синоптической изменчивости системы океан-атмосфера, и, таким образом, оказывает существенное влияние на качество прогноза погоды. Глобальный океанский конвейер, включающий основные поверхностные и глубинные течения, является «нелинейной климатической машиной», малая изменчивость характеристик которой способна вызвать большие проблемы для человечества.

Исследование динамической устойчивости, предсказание возможных режимов функционирования и их последствий невозможны без современной теории нелинейной динамической океанографии. Необходимость и научная значимость подобных исследований диктуется потребностью совершенствовать мониторинг окружающей среды и состояние биоресурсов, предсказывать в среднесрочной перспективе циркуляцию водных масс и ее изменчивости и контролировать распространение загрязнений в океане. Этот подход успешно применяется в океанологии, подводной акустике и физике атмосферы два десятилетия и позволяет понять природу ряда гидродинамических и акустических явлений, построить модели и получить результаты, невозможные другими методами.

Лагранжев подход незаменим для выяснения происхождения и «судьбы» водных масс и также имеет свою историю. В настоящее время с этой целью используют различные буи и дрейфтеры – сложные технические устройства, дрейфующие на заданной глубине, координаты которых регистрируются со спутников. Эти устройства по мере движения собирают информацию о среде. Хотя к настоящему времени собрана информация с тысяч таких буёв в разных морях и океанах, она «покрывает» лишь незначительную часть Мирового океана.

Серьезный прорыв произошел благодаря спутниковому мониторингу океана. Стали возможными глобальные измерения температуры поверхности океана, его цвета и высоты уровня моря. На основе этих данных вычисляется ежесуточное глобальное альтиметрическое поле поверхностной скорости, с помощью которого можно, в свою очередь, вычислять лагранжевы траектории частиц воды, интегрируя соответствующие уравнения адвекции.

Нелинейная геофизическая гидродинамика работает с альтиметрическими полями скорости, полученными со спутников или при прогонке численных моделей океанской циркуляции с ассимиляцией данных спутниковых и *in situ* наблюдений. Для лагранжева анализа

движения вод достаточно большое число искусственных частиц размещается по всей поверхности океанского бассейна и на компьютере вычисляются их траектории согласно простым уравнениям адвекции пассивных частиц. Методы нелинейной динамики и теории динамических систем активно применяются в физической океанографии для описания переноса и перемешивания водных масс вихревыми структурами и течениями. В работе изучалось взаимодействие вихревых структур с деформационными потоками, а также индуцированные эффекты хаотической адвекции и влияние на них турбулентной диффузии. Разработан метод решения уравнений адвекции-диффузии для модельных полей скорости. Изучены особенности вертикального и горизонтального переноса массы в трехмерной модели топографического вихря.

Оценка термического и динамического состояний Японского моря, его межгодовой и декадной изменчивости, а также прогноз возможных изменений этих состояний является актуальной научной и прикладной задачей. Ее частичное решение стало возможным сравнительно недавно благодаря накоплению достаточного объема натуральных данных по измерениям температуры. На их основе проведено исследование ее изменчивости на интервалах 30 и более лет, в деятельном и промежуточном слоях Японского моря. Было установлено, что более 50% от общей дисперсии изменчивости температуры промежуточных вод Японского моря сосредоточено в районе Центральной котловине Японского моря, а ее частотный спектр формируется, главным образом, вариациями на межгодовых и декадных масштабах.

Значительно меньше работ посвящено исследованию климатической изменчивости циркуляции вод Японского моря, что обусловлено, в первую очередь, в отсутствии длительных наблюдений за полем скорости из-за ограниченных возможностей современных измерительных морских систем. Поэтому, для исследования циркуляции морей и океанов все чаще используется численное моделирование. В настоящей работе на основе модельных расчетов проведен анализ циркуляции вод в северной части Японского моря и её климатической изменчивости, как реакции на атмосферное воздействие с 1948 по 2009 гг. Для этого, с помощью INMOM воспроизведена циркуляция Японского моря за указанный период. В северной части моря выявлены масштабы наиболее энергоёмких вариаций, формирующие спектр её межгодовой и декадной изменчивости на промежуточных горизонтах и в глубоководных слоях.

Внутренние гравитационные волны (ВГВ) представляют основной фактор мезомасштабной изменчивости гидрофизических полей в океане. Фоновые течения с не равной нулю завихренностью его характерное свойство. Влияние такого течения на параметры ВГВ – одна из тем отчета.

Мультикомпонентная конвекция, вероятно, является одним из самых распространенных видов течений газа и жидкости во Вселенной. Она возникает, когда в некоторой системе в поле силы тяжести образуется неоднородное в пространстве распределение двух или нескольких

компонент с различными коэффициентами диффузии. В океанологии бидиффузионная (термохалинная) конвекция играет важную роль в процессах тепломассопереноса в океане и влияет на различные мелкомасштабные процессы, приводящие к формированию вертикальной микроструктуры гидрофизических полей. Одним из классических методов, позволяющих изучать системы с конвективной неустойчивостью вблизи точек бифуркации, является метод амплитудных уравнений, позволяющий редуцировать исходную систему уравнений в частных производных к одному или нескольким нелинейным эволюционным уравнениям и в их рамках эффективно исследовать конвективные структуры, возникающие в системе.

На данный момент работы по выводу амплитудных уравнений для систем с трехмерной мультикомпонентной конвекцией слабо представлены в литературе, не смотря на их растущую актуальность. Настоящее исследование нацелено на создание моделей трехмерной мультикомпонентной конвекции на основе систем амплитудных уравнений и их применение для численного моделирования конвективных структур, возникающих в изучаемой системе. Основное внимание сосредоточено на важном для океанологии случае больших чисел Рэлея. Основная идея состоит в комбинации строгого математического вывода амплитудных уравнений методом многомасштабных разложений и учета множества взаимодействующих валиковых мод, а также взаимодействия конвекции с полем горизонтальной завихренности и вращения системы.

Планетарные экмановские слои в значительной степени определяют структуру и эволюцию вихревых образований в океане и атмосфере, так как в них проявляются разнообразные эффекты вращения Земли, относительной завихренности потоков и трения. Физически правильный учет роли пограничных слоев в динамике крупномасштабных или синоптических потоков даже в сравнительно простых квазидвумерных моделях требует учета линейных и нелинейных членов, параметризующих эффекты вращения и трения, а также учета значительной пространственной изменчивости основных характеристик пограничных слоев. В атмосферных вихрях типа циклонов над океаном процессы в пограничном слое атмосферы так же определяют источники энергии и завихренности и тем самым эволюцию и структуру циклонов. Влияние перечисленных факторов эволюции вихрей, связанных с наличием пограничных слоев, изучалось в квазидвумерных численных моделях, в которых дополнительные члены представляют интегрально наиболее значимые эффекты экмановских слоев.

При моделировании в геофизике в качестве реологической модели литосферы часто используют вязкую двухфазную среду, на поверхности которой расположен тонкий пограничный слой. Численное моделирование движения такой среды с помощью однородной во всей расчетной области системы уравнений связано со значительными вычислительными затратами, так как для достижения достаточной точности приближенного решения пространственный шаг дискретизации следует выбирать много меньше толщины погранслоя.

В данной работе предлагается совместная численная модель многослойного пласта переменной толщины, расположенного на двухфазном слое. Для описания течения в пласте используются уравнения смазки (уравнения Рейнольдса), а в двухфазном слое — уравнения двухтемпературной флюидонасыщенной вязкой среды. Разработан метод сопряжения разнородных уравнений, не использующий каких-либо итерационных процедур.

Актуальность исследований газовых включений в морских осадках связана с развитием технологий, направленных на использование океанического дна и его ресурсов: исследование и разработка запасов нефти и газа, оценка опасности возникновения подводных оползней, обустройство морских сооружений. Особое место в этом ряду занимает изучение условий, приводящих к формированию месторождений газогидратов, — нового источника энергетических ресурсов.

Воздействие ультразвука на жидкости порождает акустическую кавитацию, когда нелинейные пульсации пузырьков сопровождаются высокоэнергетическими реакциями, разрушением материалов и клеток, световым излучением (сонолюминесценцией - СЛ) в результате крайне эффективной концентрации звуковой энергии. Активное использование кавитации в медицине, звукохимии, производстве наноматериалов требует понимания проходящих процессов, богатую информацию о которых дают спектральные исследования СЛ. СЛ также является удобным методом для оценки содержания металлов в жидких средах. Однако, сам факт эмиссии металлов при СЛ является предметом активных исследований, поскольку не только не установлена зона излучения (газовая либо жидкая фаза), сама форма линий металлов отличается от спектров в пламени. В последние годы мы получили ряд результатов, которые позволили продвинуться в понимании проблемы. В 2014 нами было обнаружено, что ширина и форма линии Na существенно различна для высокой и низкой частот ультразвукового облучения. При этом форма линии изменяется сходным образом и в спектрах растворов хлорида Na, и в спектрах поверхностно-активных соединений (ПАВ) при различной кавитационной динамике и, вероятно, различных механизмах попадания металла в зону излучения для этих двух типов растворов. Мы предложили возможные объяснения частотного эффекта и эффекта ПАВ в контексте динамики кавитационных пузырьков и свойств химического окружения металла.

В настоящее время значительное внимание уделяется исследованию параметров дна и водного слоя в мелком море акустическими средствами. При этом все большее внимание уделяется разработке средств мониторинга, которые бы не наносили ущерба окружающей среде и обеспечивали дешевизну постановки экспериментов. Одним из таких подходов является метод геоакустической инверсии с использованием записи импульсного сигнала одиночным гидрофоном. До настоящего времени, однако, он применялся только для восстановления параметров дна на трассах с практически плоским дном, и фактически не была исследованы

границы его применимости для трасс, где имеются неоднородности рельефа дна. Мы намерены систематически исследовать эти границы применимости и предложить обобщения метода инверсии для трасс, где рельеф дна и скорость звука в водном слое имеют существенные неоднородности. Изучена динамика включения в цилиндрической поре и в непосредственной близости к жесткой границе. Существование аналитического решения обусловлено наличием конформной симметрии задачи.

Математическое моделирование распространения акустических сигналов в мелком море в настоящее время является неотъемлемой частью решения таких важных практических задач как, например, сейсморазведка или мониторинг антропогенных шумов на различных акваториях. Один из наиболее популярных методов моделирования распространения звука – это метод нормальных волн, которых может эффективно применяться во всех задачах, в которых возникает волноводное распространение. Он состоит в локальном разделении переменных исходной краевой задачи таким образом, что в поперечном к волноводу направлении мы имеем спектральную задачу, дающую нормальные моды, а по направлению вдоль волновода возникает начально-краевая задача, определяющая амплитуды нормальных мод. Эта начально-краевая задача, ограниченная конечным числом мод, как правило, является корректно поставленной, в то время как исходная задача может таковой и не быть. В адиабатическом приближении считается, что каждая из мод распространяется отдельно от остальных. Однако далеко не всегда адиабатическое приближение оказывается точным и может эффективно применяться для практических вычислений. Общий случай предполагает, что амплитуда каждой из мод будет зависеть от амплитуд всех остальных мод. Эффектом взаимодействия мод нельзя пренебречь в тех случаях, когда звук распространяется, например, над наклонным дном так, что происходит переход водных мод в донные. А это сплошь и рядом встречается на практике. Но для взаимодействующих мод вывод уравнений не так очевиден, часто громоздок и сопряжен с аналитическими тонкостями. Целью данного раздела является вывод таких уравнений, создание численных методов для этих уравнений и реализация их в виде пакетов прикладных программ.

Развитие методов гидроакустической томографии является сегодня одной из наиболее актуальных задач акустики океана. Классическая схема томографии, предложенная в 1979 году Манком и Вуншем, основана на анализе времен прихода сигнала вдоль собственных лучей, соединяющих приемник и источник. Позднее было выяснено, что возможности схемы Манка-Вунша существенно ограничены лучевым хаосом --- неустойчивостью лучей по Ляпунову вследствие рассеяния на внутренних волнах. Лучевой хаос приводит к экспоненциальному росту числа собственных лучей по мере увеличения дистанции между приемником и источником, вследствие чего задача реконструкции среды становится некорректной в математическом смысле. Несмотря на существенный прогресс в понимании механизмов лучевого хаоса, однозначного

ответа на вопрос о границах применимости схемы Манка-Вунша до сих пор не дано. В связи с этим особую важность приобретают альтернативные схемы акустической томографии, например, модовая томография. Модовая томография может осуществляться путем анализа времен прихода модовых импульсов, что весьма похоже на схему Манка-Вунша. Важным преимуществом данного метода является возможность использования низкочастотных сигналов, которые в меньшей степени подвержены влиянию лучевого хаоса.

В настоящее время активно исследуются методы решения задач распространения звука в геоакустических волноводах с трехмерными неоднородностями рельефа дна и поля скорости звука в воде. К сожалению, в настоящее время существует лишь очень ограниченный набор примеров таких задач, имеющих аналитическое решение, на которые можно опираться при разработке численных методов. В нашей работе получено решение для задачи распространения звука в волноводе с неоднородностью дна в виде подводного каньона. При распространении вдоль такого каньона звука не испытывает цилиндрического расхождения, и потому такого рода неоднородность дна может создавать условия для горизонтальной канализации звукового поля. В наших работах ранее были получены широкоугольные параболические аппроксимации решения уравнения Гельмгольца. Эти параболические аппроксимации имеют форму амплитудного ряда, каждый член которого получается из неоднородного параболического уравнения, в правой части которого стоит выражение, получаемое из предыдущего параболического уравнения (первое параболическое уравнение является однородным). Нами получены условия прозрачной границы для такой системы параболических уравнений. Полученные нами условия представляют собой обобщение условий Баскакова-Попова, полученных для обычного уравнения Шредингера.

## 1 Влияние синоптических вихрей на расходы через проливы между Беринговым морем и Тихим океаном

**Данные и методы.** Мы работаем с альтиметрическими полями скорости АВИЗО с 1993 г. по настоящее время. На основе аномалий уровня моря из базы данных АВИЗО оценивались и анализировались каждые 7 суток поверхностные расходы через Камчатский пролив (КП) за 20 лет с 1993 по 2012 гг. Оценка вихря ветра производилась ежемесячно по данным реанализа. Географическое поле скорости бралось из базы данных АВИЗО с последующей интерполяцией.

Для лагранжева анализа движения вод достаточно большое число искусственных частиц размещается по всей поверхности океанского бассейна и на компьютере вычисляются их траектории согласно простым уравнениям адвекции пассивных частиц

$$\frac{dx}{dt}=u(x,y,t), \quad \frac{dy}{dt}=v(x,y,t), \quad (1.1)$$

где  $(x,y)$  – географические координаты частицы, а  $u$  и  $v$  являются зональной и меридиональной компонентами угловой скорости. Поскольку компоненты скорости зависят от координат нелинейным образом, то мы имеем дело с нелинейной динамической системой с полутора степенями свободы и очень простой на вид.

Очень полезным для понимания характера хаотического перемешивания и переноса оказывается простой математический «трюк» – интегрирование уравнений адвекции (1.1) назад во времени. Для этого фиксируется поле скорости в определенные сутки и задаются координаты частиц в эти сутки, которые считаются «начальными условиями». Интегрируя (1.1) со знаком «←» в левой части, находят положения частиц за определенный период до указанных суток. Интегрирование вперед во времени позволяет выяснить «судьбу» различных вод, а назад во времени – происхождение вод.

Каждая частица океанской воды несет определенные физические свойства: температуру, соленость, радиоактивность и др. Лагранжев подход в изучении перемешивания и переноса в определенном бассейне заключается в наделении частиц воды лагранжевыми свойствами, такими как их зональное, меридиональное и полное смещение из своего начального положения в некоторое конечное положение. Для каждой из этих характеристик можно рассчитать и построить соответствующую лагранжеву карту бассейна. Это новый вид синоптических карт, которые не только наглядно демонстрируют океанские фронты, основные течения, стримеры, интрузии, вихри разного размера и их изменчивость, но и визуализируют те когерентные структуры, которые образуют «матрицу» потока.

Лагранжев подход и расчеты потоков и величины напряжения ветра использовались для анализа влияния синоптических вихрей на расходы через Камчатский пролив (КП) и пролив Ближний (ПБ) между Беринговым морем и Тихим океаном.

### Полученные результаты.

Циркуляция в Беринговом море тесно связана с циркуляцией в северной части Тихого океана. Она сформирована циклоническим круговоротом с двумя главными течениями – Камчатским течением вдоль западной границы и Беринговым течением в восточной части моря. На Рис.1.1 представлена схема течений в исследуемом регионе Берингова моря и северной части Тихого океана. Аляскинское течение переносит относительно теплые тихоокеанские воды в Берингово море через алеутские проливы, главным образом через ПБ. Выток вод Берингова моря в Тихий океан происходит главным образом через КП.

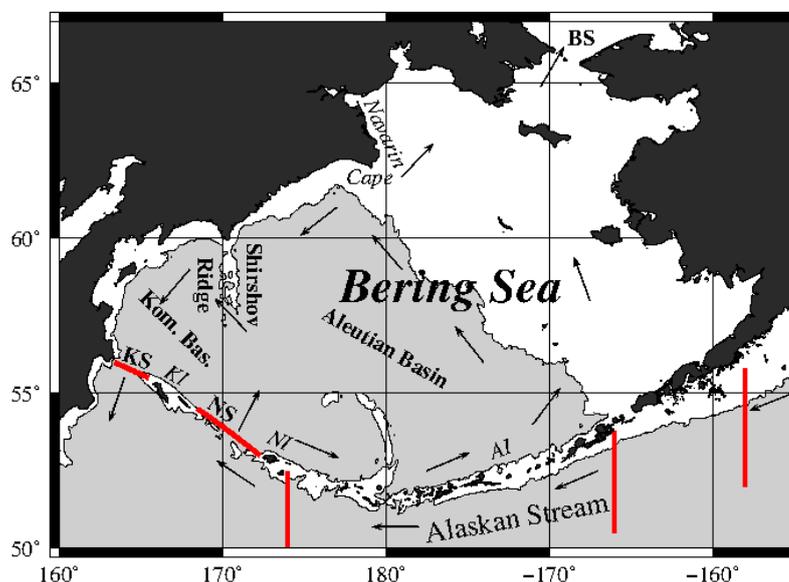


Рисунок 1.1. – Схема течений в исследуемом регионе Берингова моря и северной части Тихого океана. KS – Камчатский пролив (КП), NS - пролив Ближний (ПБ).

Поток из океана в Берингово море через восточную часть КП сопровождается потоком из моря в океан через западную часть пролива и наоборот (с коэффициентом корреляции -0.74). Межгодовые вариации потоков через западную и восточную части КП в июне-сентябре коррелируют с коэффициентами -0.55 и -0.57 с зональным напряжением ветра над Беринговым морем в январе-апреле (с запаздыванием на год), см. Рис.1.2а. Интенсификация (ослабление) западной компоненты напряжения ветра зимой приводит к генерации отрицательных (положительных) аномалий уровня моря вдоль континентального шельфа и хребта Ширшова (с коэффициентом корреляции 0.57 - 0.79), см. Рис.1.2б. Эти аномалии уровня наблюдаются в КП с годичной задержкой, см. Рис.1.2с.

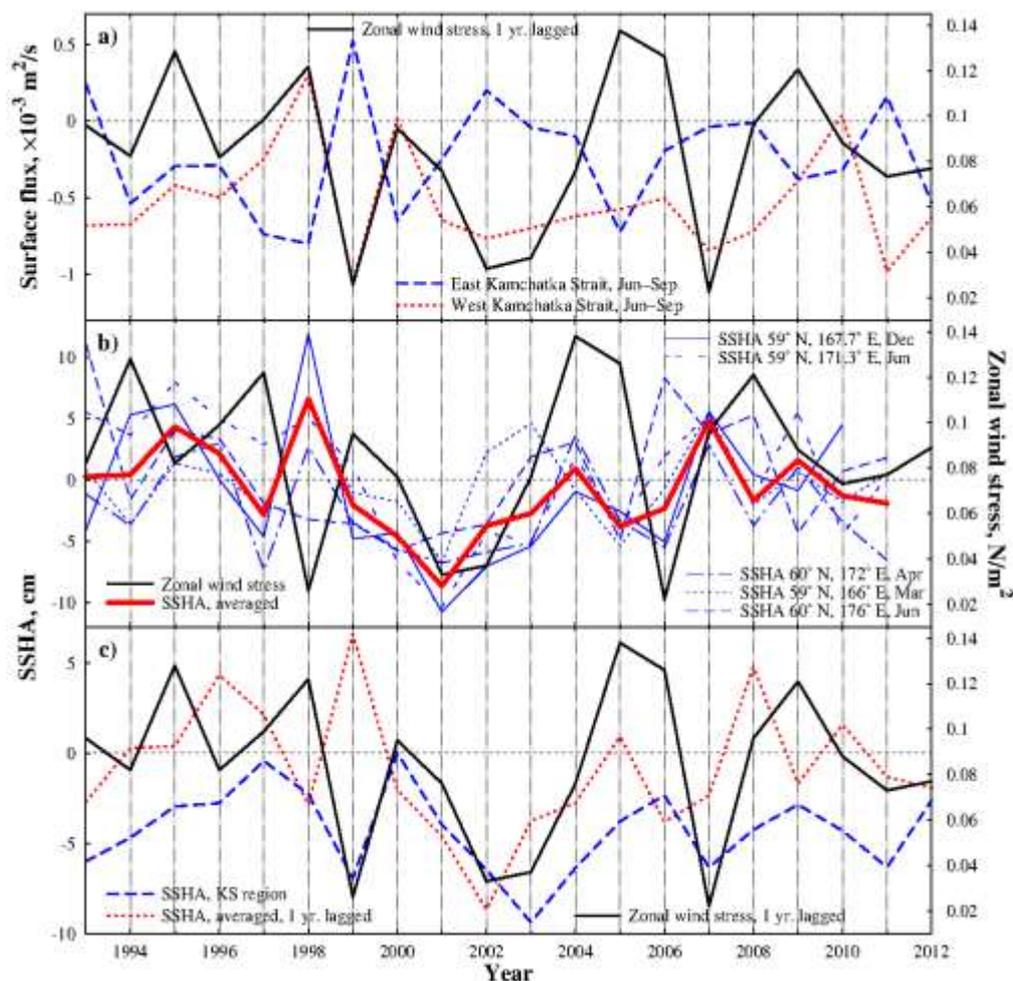


Рисунок 1.2. - (а) Межгодовые вариации поверхностного потока через КП в июне-сентябре: (b,c) аномалии уровня Берингова моря, (а-с) зональное напряжение ветра над Беринговым море, усредненное за январь-апрель.

Поле скорости АВИЗО в КП и широтные лагранжевы карты в проливе в зимний и летний период приведены на Рис.1.3. Карты вычислены от указанной даты назад во времени на 180 суток. Серым цветом показана широта частицы в градусах, с которой она переместилась на свое место на карте в течение 180 суток. Желтые и синие частицы адвектировались с юга и севера соответственно. Гиперболические и эллиптические стационарные точки показаны крестиками и жирными точками. Зимой интенсифицируется поток из Берингова моря в Тихий океан через КП, см. Рис.1.3а. Движение воды около эллиптических точек устойчиво и они расположены как правило в центрах вихрей. В то время как гиперболические точки располагаются на периферии вихрей и между ними. Летом в проливе наблюдаются мезомасштабные вихри, как по данным альтиметрии, так и в натурных съемках. Например, в июне 2003 г. циклон вызвал усиление южного потока в середине пролива и северного потока в его западной части. Суммарный поток был направлен из Берингова моря в океан. Летом следующего года мезомасштабный антициклон в центре пролива и циклон к югу блокировали поток через пролив (см. Рис.1.3е и f).

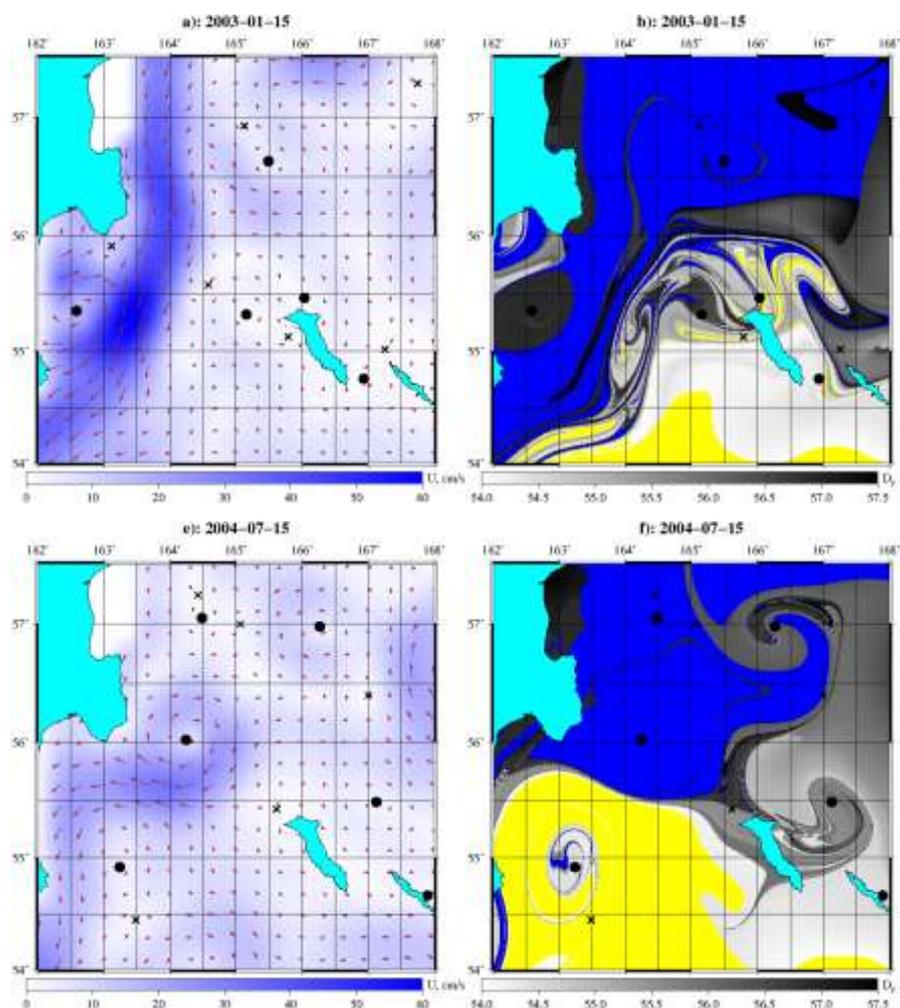


Рисунок 1.3. - (а) и (е) Поле скорости АВИЗО в КП в зимний и летний период соответственно. (b) и (f) Широтные лагранжевы карты в проливе в зимний и летний период соответственно. Карты вычислены от указанной даты назад во времени на 180 суток. Цветом показана широты частицы в градусах, откуда она попала на свое место на карте за 180 суток. Желтые и синие частицы адвектировались с юга и севера соответственно. Гиперболические и эллиптические стационарные точки показаны крестиками и жирными точками.

### Выводы

1. Поверхностный поток южного направления через КП демонстрирует сезонную изменчивость: он максимален между ноябрем и апрелем и минимален в июне – сентябре. Что объясняется временными изменениями напряжения ветра в регионе.
2. Межгодовые изменения этого потока статистически значимо коррелируют с втоком воды через ПБ в Берингово море. Интенсификация продолжения Аляскинского течения сопровождается интенсификацией втока воды через ПБ в Берингово море.
3. В летнее время картина потока в КП определяется циклоническими и антициклоническими мезомасштабными вихрями. Эти вихри формируются в центральной и западной частях Берингова моря под воздействием вихря ветра в зимне-весенний период.

## **2 Анализ временной изменчивости циркуляции вод на промежуточных горизонтах и в глубоководных слоях северной части Японского моря с 1948 по 2009 гг с помощью численного моделирования**

Для воспроизведения циркуляции вод Японского моря и ее изменчивости использовалась модель океана INMOM, относящаяся к классу сигма-моделей. В ее основе лежит система примитивных уравнений гидротермодинамики океана, записанная в сферической системе координат, использующая по вертикали сигма-координату. Одним из преимуществ INMOM над другими моделями своего класса является возможность проводить расчеты на продолжительных интервалах времени. Указанные особенности модели позволяют исследовать отклик циркуляции вод, как Мирового океана, так и его отдельных акваторий, на атмосферное воздействие на масштабах более 30 лет.

Для расчета циркуляции вод Японского моря использовалась версия INMOM с горизонтальным разрешением  $1/12^\circ$  по долготе и широте, а по вертикали задавались 30 – сигма уровней со сгущением к поверхности моря. Топография дна была получена из данных ETOPO2, сглаженная в соответствии с пространственным разрешением модели. Начальные поля температуры и солености задавались в соответствии с данными атласа Левитуса. Параметры атмосферного воздействия предписывались из данных CORE, подготовленные за период с 1948 по 2009 гг. Для учета тепло- и солевого обмена в районах Корейского, Сангарского, Татарского проливов, а также в проливе Лаперуза для потенциальной температуры и солености использовались условия релаксации к климатическим значениям с характерным временным масштабом около 5-суток. Более подробное описание параметров модели, реализация и стратегия численного эксперимента представлены в работе.

На рис. 2.1а представлено модельное климатическое поле скорости в промежуточном слое от 500 до 1000 метров в северной части Японского моря, полученное в результате усреднения его реализации на интервале с 1948 по 2009 гг. Как следует из рисунка, циркуляция в этой части моря представлена крупномасштабным циклоническим круговоротом. Его пространственная структура неоднородна. В ней проявляются несколько циклонических вихревых образований меньшего масштаба. С глубиной интенсивность динамики вод ослабевает, а также претерпевает изменение ее крупномасштабная структура. Сравнение климатического поля скорости, рассчитанного с помощью модели INMOM, и восстановленного по данным натуральных наблюдений, а также полученного с использованием других численных моделей демонстрирует вполне адекватное соответствие между ними.

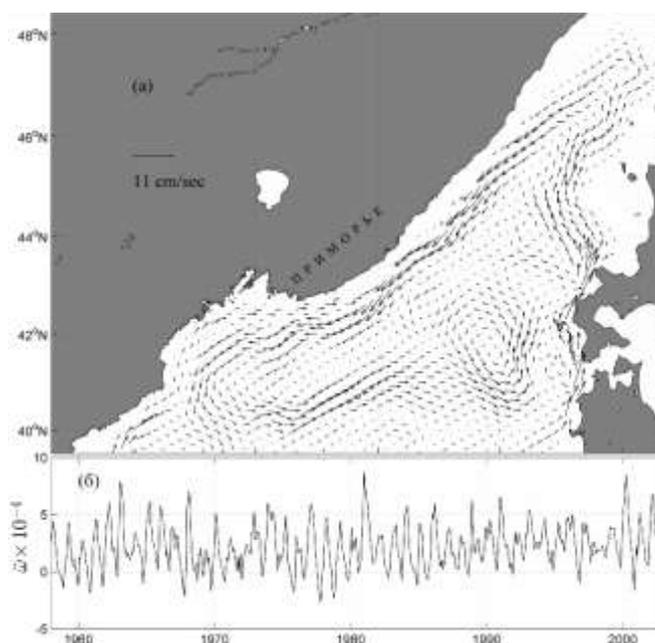


Рисунок 2.1. — (а) Климатическое поле скорости на промежуточных горизонтах (среднее в слое от 500 до 1000 м), усредненное на интервале с 1948 по 2009 год, в северной части Японского моря и (б) реализация среднемесячной средней относительной завихренности на промежуточных горизонтах (в слое от 500 до 1000 м).

Для анализа временной изменчивости циркуляции использовалась вертикальная составляющая вектора относительной завихренности, осредненная по всей северной части Японского моря. С использованием модельного поля скорости, полученного на интервале с 1958 по 2006 гг., рассчитывалось поле ОЗ по формуле

$$\omega = \frac{1}{\cos \varphi} \left( \frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{\partial (u \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right) / Rf_0, \quad (2.1)$$

где  $u, v$  – зональный и меридиональный компоненты горизонтальной скорости,  $R$  – радиус Земли, а  $f_0$  – параметр Кориолиса, величина которого соответствовала широте  $43^\circ 5'N$ . После расчёта поля ОЗ проводилось его усреднение по области, ограниченной контуром, проходящим по изобате  $H = 3000$  м. Согласно теореме Стокса средняя относительная завихренность связана с циркуляцией линейным соотношением. Следовательно, спектры средней относительной завихренности и циркуляции имеют подобную структуру, т.е. масштабы изменчивости этих характеристик будут одними и теми же.

На рис. 2.2а представлена изменчивость климатической среднемесячной средней относительной завихренности в слое от 500 до 1000 метров в Центральной котловине Японского моря. Согласно рисунку климатическая циркуляция в течение года остается циклонической; достигает наибольших значений в марте-апреле и ослабляется почти до нуля к октябрю, а затем вновь усиливается.

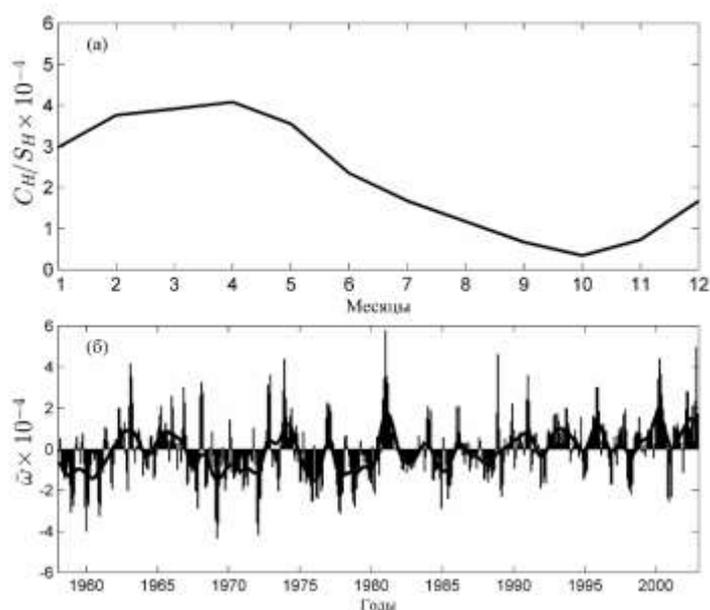


Рисунок 2.2. – Реализации (а) климатической среднемесячной (арабские цифры – номер месяца в году) и (б) среднемесячных аномалий средней относительной завихренности в Центральной котловине Японского моря в слое от 500 до 1000 м.

Для анализа режимов циркуляции в Центральной котловине Японского моря проанализируем среднемесячные аномалии средней относительной завихренности в слое от 500 до 1000 метров относительно климатического фона. На рис. 2.2б представлена временная реализация среднемесячных аномалий средней относительной завихренности, а также ее межгодовая составляющая, полученная из исходных данных с помощью фильтра Тьюки с окном 2 года. Согласно полученным данным, циркуляция в течение расчетного периода находилась в двух режимах. Начало первого режима приходится на конец шестидесятых годов прошлого столетия. Он характеризуется сильной неустойчивостью, которая проявляется в наличии смены знака аномалий в 1973-1975 гг., а также 1980-1982 гг. Второй режим характеризуется преобладанием фаз положительных аномалий среднемесячной средней относительной завихренности. Его начало приходится на начало девяностых годов. В отличие от первого, второй режим, связанный с фазами положительных аномалий средней относительной завихренности, более устойчив и достигает максимальных значений в 2000-х годах.

Согласно анализу спектральной плотности временной изменчивости средней относительной завихренности на горизонте 500 метров основная энергонесущая частота этой изменчивости сосредоточена в декадном диапазоне (1/8-1/11) год<sup>-1</sup> с максимумом на частоте ~ 1/9.5 год<sup>-1</sup>. Кроме этого, на частоте ~ 1/14.3 год<sup>-1</sup> располагается ещё один слабо обусловленный максимум небольшой высоты. В спектре присутствуют также максимумы небольшой высоты в диапазоне межгодовой изменчивости: ~ 1/2.3, ~ 1/3.7 и ~ 1/4.7 год<sup>-1</sup>, но их вклад в суммарную изменчивость значительно уступает вкладу от фурье-гармоник из декадного диапазона частот.

Анализ спектров изменчивости средней относительной завихренности показал, что с ростом глубины спектральный состав не изменяется, однако наблюдается заметное уменьшение высоты пика на частоте  $\sim 1/9.5 \text{ год}^{-1}$ . В тоже время, высоты пиков на частотах из интервала межгодовой изменчивости почти не изменяются. Согласно анализу, высота максимума на частоте  $\sim 1/3.7 \text{ год}^{-1}$  с ростом глубины моря уменьшилась не более чем на 10% на горизонте 1500 метров по сравнению с горизонтом 500 метров. С другой стороны, высота максимума на частоте  $\sim 1/9.5 \text{ год}^{-1}$  на горизонте 1500 метров составила около 50% от его высоты на горизонте 500 метров. Причина такого перераспределения энергии в спектре изменчивости средней относительной завихренности может быть связана с ослаблением вклада бароклинной составляющей в изменчивость циркуляции, а её присутствие на промежуточных горизонтах и глубже позволяет высказать предположение о влиянии на этот процесс глубокой зимней конвекции, проникающей в этих районах моря до глубин  $\sim 1000 \text{ м}$ . Выявленная декадная и квазичетырёхлетняя изменчивость циркуляции, которые находят свое отражение в изменчивости температуры, проявляют себя по-разному как на промежуточных горизонтах, так и в глубоководных слоях Центральной котловины Японского моря.

### 3 Анализ влияния завихренности на проявление нелинейных свойств у внутренних гравитационных волн в мелком море

Рассмотрим бассейн с горизонтальным дном и твёрдой крышкой на свободной поверхности, заполненным тонким слоем стратифицированной по плотности жидкости с постоянной частотой плавучести  $N(z) = N_0$  и линейным распределением скорости течения  $U(z) = \gamma z$ , где  $\gamma = \text{sign}(\gamma) U_0/H$ . ( $\pm U_0$ ) - максимальное значение скорости фонового течения (ФТ) по направлению оси  $x$  и против него. В этом случае амплитудные функции внутренних гравитационных волн (ВГВ) определяются из решения краевой задачи на собственные значения

$$\frac{d^2\phi}{d\hat{z}^2} + Ri^2 \frac{\mu^2}{(1 + \mu\hat{z})^2} \phi = 0 \quad (3.1)$$

$$\phi(0) = \phi(H) = 0 \quad (3.2)$$

где  $Ri^2 = (N_0 H / \gamma)^2$  - квадрат числа Ричардсона,  $\gamma$  - завихренность фонового потока определённой (циклональной «+», или антициклональной «-») направленности,  $\hat{z} = z/H$ ,  $\mu = \gamma H / c_f$

Проанализируем влияние завихренности ФТ на вертикальную структуру и кинематические характеристики самой энергоёмкой, первой моды ВГВ. Рассмотрим слой неподвижной стратифицированной жидкости, в котором скорость распространения фронта этой моды ВГВ  $c_1 \equiv (N_0 H) / \pi$  составляет 1 (м/с). Предположим, что такой слой находится в сдвиговом ФТ, вектор скорости которого направлен по оси  $x$ . Будем различать ФТ с завихренностью  $\gamma_D = +U_0/H$  и максимальным значением скорости  $U_0$  у дна от ФТ с максимальной скоростью у поверхности с завихренностью  $\gamma_P = -U_0/H$ . В таком течении волновые возмущения будут распространяться со скоростью

$$c_{\pm 1} = \text{sign}(\gamma) U_0 \left( \exp \left\{ \frac{\pm \pi}{\sqrt{(N_0 H / U_0)^2 - 1/4}} \right\} - 1 \right)^{-1}, \quad (3.3)$$

Из условия  $Ri > 1/2$  следует ограничение на поверхностную и/или придонную скорости ФТ, при которых возможно существование и распространение волновых возмущений. Это ограничение имеет вид  $U_0 \leq 2\pi c_1$ . Для характерной скорости 1-й моды ВГВ в прибрежной зоне имеем  $c_1 \sim 0.5$  (м/с). Отсюда волновые решения имеют место в случае  $U_0 \leq \pi$  (м/с), т.е. это довольно широкий диапазон изменения скорости для придонных и приповерхностных течений.

Обсудим вертикальную структуру волнового поля первой моды ВГВ. Согласно решению к.з. (3.1), (3.2) эта структура определяется амплитудной функцией указанной моды

$$\phi_{\pm 1} = A_{\pm 1} (1 + \mu_{\pm 1} \hat{z})^{-1/2} \sin(a \ln |1 + \mu_{\pm 1} \hat{z}|), \quad A_{\pm 1} = \text{const},$$

$$\mu_{\pm 1} = \exp\left\{\frac{\pm 1}{a}\right\} - 1, \quad a = \left(\left(\frac{N_0 H}{U_0}\right)^2 - \frac{1}{4}\right)^{1/2}, \quad (3.4).$$

Расчёты показывают, что с ростом завихренности максимум этой функции приближается к поверхности или ко дну в зависимости от типа ФТ. При этом значение этого максимума уменьшается в приповерхностном ФТ и растёт в придонном ФТ. Тем самым отличная от нуля завихренность ФТ подобно неоднородностям поля плавучести формирует волновод и, следовательно, такая среда будет проявлять нелинейные свойства. Рассмотрим зависимость параметра квадратичной нелинейности от параметра завихренности ФТ. Согласно определению указанный параметр ФТ, определяется соотношением

$$\alpha_{\pm 1} = \frac{3}{2Nr} \int_0^H (c_f^{\pm} + \gamma z)^2 (d\phi_{\pm 1}/dz)^3 dz, \quad (3.5)$$

$$Nr = \int_0^H (c_f^{\pm} + \gamma z)^2 (d\phi_{\pm 1}/dz)^2 dz. \quad (3.6)$$

Подставляя в эти интегралы выражения для собственной функции первой моды и её собственное значение, задаваемые соотношением (3.4), можно определить аналитическую зависимость параметра квадратичной нелинейности от максимального значения скорости  $U_0$  придонного или приповерхностного ФТ. Из-за своей громоздкости здесь не приводятся квадратурные формулы для указанного параметра. На рисунках 3.1а,б представлена зависимость параметра квадратичной нелинейности от степени завихренности для двух типов ФТ. Рисунок (а) соответствует приповерхностному ФТ, а второй отвечает придонному ФТ.

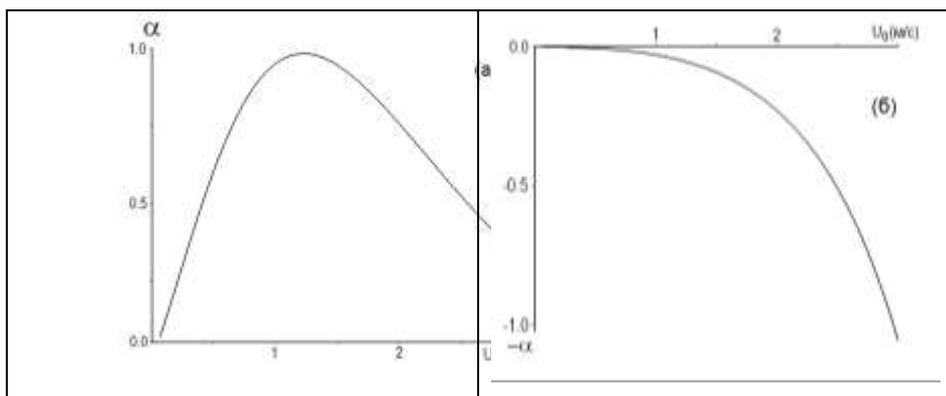


Рисунок 3.1. - Зависимость параметра квадратичной нелинейности  $\alpha$  от скорости фоновго течения  $U_0$  (м/с) для случая придонного ФТ (а) и приповерхностного ФТ (б).

На рис 3.1а представлена указанная зависимость в приповерхностном ФТ, а на рис 3.1б показана также зависимость, но в придонном ФТ. В первом случае параметр квадратичной нелинейности положителен, ограничен и его рост носит не монотонный характер с одним

максимумом. Во втором случае характер зависимости меняется. Этот параметр отрицателен, не ограничен и нелинейно растёт с ростом завихренности ФТ. Такие различия в поведении, связаны с различным характером зависимостей амплитудных функций первой моды и её собственного значения, или скорости распространения фронта  $c_f$  от типа завихренности ФТ.

#### 4 Моделирование структур трехмерной мультикомпонентной конвекции

В рамках исследования создана модель трехмерной слабо-надкритической мультикомпонентной конвекции в случае больших чисел Рэлея в окрестности точек бифуркации Хопфа (что актуально для океанологических приложений), взаимодействующей с полем горизонтальной завихренности в бесконечном по горизонтали слое жидкости, медленно вращающемся вокруг вертикальной оси. Модель основана на семействе амплитудных уравнений CGLE типа, выведенных методом многомасштабных разложений для конвективных ячеек, форма которых определяется конечной суперпозицией валиковых мод.

Исходными для модели являются стандартные уравнения гидродинамики жидкой смеси во вращающейся системе координат, с учетом Кориолисовой и центробежной сил. Они обезразмериваются с использованием приближения Буссинеска, так что вся динамика конвекции определяется четырьмя безразмерными параметрами: числом Прандтля, числом Льюиса, температурным и соленостным числами Рэлея. Конвекция рассматривается в малой окрестности точек бифуркации Хопфа, так что числа Рэлея оказываются слегка больше критических величин для начала конвекции. Так вводится малый параметр, который является определяющим для вывода амплитудных уравнений методом многомасштабных разложений. В рамках этого метода вводятся медленные временные и пространственные переменные, и предполагается, что зависимые переменные теперь зависят и от этих медленных переменных. Также вводятся продолженные производные. Решения для зависимых переменных ищутся в форме асимптотических рядов по степеням малого параметра. После их подстановки в исходные уравнения собираются члены с одинаковыми степенями малого параметра, и в итоге получаются системы для определения членов рядов. Условием совместности этих систем являются искомые амплитудные уравнения.

При первой степени малого параметра получается линейная система с решением в виде суперпозиции нормальных валиковых мод. Условие разрешимости системы уравнений при третьей степени малого параметра приводит к семейству амплитудных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_{T_2} A_j = r A_j \left( 1 - \frac{\alpha_4}{k} |\mathbf{k} \cdot \mathbf{X}| \right) + \frac{\alpha_1}{k^2} (\mathbf{k} \cdot \nabla_{\perp})^2 A_j - \alpha_0 \Delta_{\perp} A_j + \alpha_3 G_j(\Psi) A_j + J(\Psi, A_j) + N_j(A), \\ (\partial_{T_2} - \sigma \Delta_{\perp}) \Omega = J(\Psi, \Omega) - \sum_{j=1}^n G_j(|A_j|^2), \end{array} \right.$$

Здесь  $A_j$  и  $\mathbf{k}$  - амплитуды и волновые вектора отдельных валиковых мод,  $\Psi$  - функция тока,  $\Delta_{\perp}$  - Лапласиан по медленным переменным,  $\nabla_{\perp}$  - градиент по медленным переменным,  $J(f, g)$  - Якобиан,  $\Omega = \Delta_{\perp} \Psi$ ,  $\alpha_i$  - комплексные коэффициенты, индекс  $j=1 \dots n$  обозначает номер

моды. Также введен оператор, описывающий взаимодействие конвекции и поля горизонтальной завихренности  $\Omega$ :

$$G_j(f) = \frac{\pi^2}{k^4} (k_{aj} \partial_x + k_{bj} \partial_y) (k_{aj} \partial_y - k_{bj} \partial_x) f.$$

Функции  $N_j(A)$  определены следующей комбинацией кубических нелинейных членов:

$$N_j(A) = \alpha_2 A_j \sum_{q=1}^n |A_q|^2 + \sum_{m=1}^n \sum_{q=1}^n \sum_{p=q+1}^n \left[ D(\mathbf{k}_q + \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_m - \mathbf{k}_j) \alpha_{jmqr}^{(1)} A_m^* A_q A_p + D(\mathbf{k}_q - \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_m + \mathbf{k}_j) \alpha_{jmqr}^{(2)} A_m A_q^* A_p + D(\mathbf{k}_q - \mathbf{k}_p + \mathbf{k}_m - \mathbf{k}_j) \alpha_{jmqr}^{(3)} A_m A_q A_p^* \right].$$

Функция  $D(x)$  определена как  $D(0) = 1$  и  $D(x) = 0$  при  $x \neq 0$ .

Это семейство амплитудных систем уравнений зависит от  $n$  волновых векторов, определяющих форму конвективных ячеек. Также в уравнениях есть в вынуждающем члене параметр пропорциональный  $|\mathbf{k} \cdot \mathbf{X}|$  и описывающий влияние центробежной силы на конвективную структуру.

Для моделирования полученных уравнений разработаны численные схемы на основе современных ETD (exponential time differencing) псевдоспектральных методов. Созданы пакеты программ для моделирования частных случаев трехмерной мультикомпонентной конвекции, например, для случая гексагональных ячеек.

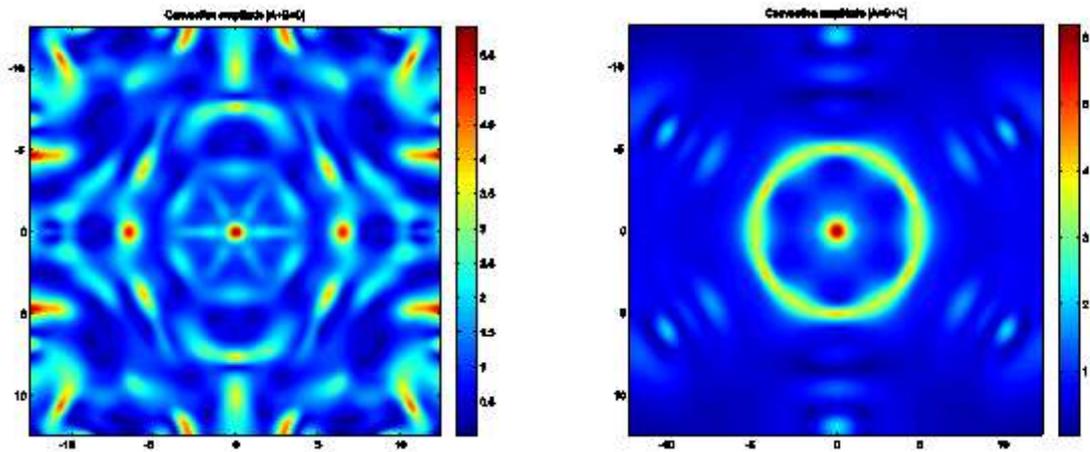


Рисунок 4.1. – Численное решение трехмодовых уравнений в области  $25 \times 25$  для  $T = 10$  при частоте Хопфа  $\omega = 20000$ . Начальные условия:  $2 \exp(-0.5(X^2 + Y^2))$  для амплитуд мод и нулевые для вихря. Слева – вращение системы отсутствует, справа – система вращается:  $\alpha_4 = 0.15$ .

Численное моделирование одномодовых уравнений показало, что в системе развивается состояние диффузионного хаоса с характерными динамическими структурами, такими как продолговатые облака, пятна или волокна, в зависимости от исходных параметров. Численное моделирование в случае гексагональных ячеек показало, что конвекция принимает форму

гексагональных конвективных структур, медленно эволюционирующих со временем. При этом за время порядка  $T=15-30$  развивается состояние диффузионного хаоса, когда первоначальное симметричное состояние разрушается и конвекция становится хаотичной как по пространству, так и по времени. Также было отмечено, что центробежная сила может препятствовать распространению конвекции на всю доступную область. В результате гексагональные конвективные структуры остаются локализованными в окрестности оси вращения. Это позволяет применять модели подобного рода, основанные на амплитудных уравнениях для объяснения таких феноменов, как полярный гексагон на Сатурне.

Полученные результаты способствуют более глубокому пониманию процессов тепло-массопереноса в океане и атмосфере, позволяют более корректно описывать вихревые и конвективные структуры, возникающие в физических системах с конвективной неустойчивостью и могут также быть основой более продвинутых систем с мультикомпонентной конвекцией.

## 5 Индуцированные вихревыми структурами в жидкости, взаимодействующими с деформационным потоком, эффекты хаотической адвекции

Рассмотрен океан с постоянной частотой Вьясяля-Брента. В квазигеострофическом приближении изучена эволюция эллипсоидального вихревого образования в неоднородном потоке. Показано, что в зависимости от характеристик течения и параметров ядра (форма и ориентация относительно потока) вихрь может вращаться (при колебаниях эксцентриситета), колебания относительно одного из двух выделенных направлений (при колебаниях эксцентриситета) и бесконечно вытягиваться ядра по горизонтали. В индуцированном поле скоростей, при локализованных режимах, могут возникать зоны захвата жидкости. Основным результатом состоит в том, что хаотические режимы движения жидких частиц в индуцированном поле скоростей возможны при стационарном внешнем потоке.

Рассмотрен механизм разрушения барьера для хаотического транспорта, возникающего на резких градиентах завихренности, а именно, учет турбулентной диффузии. Уравнение адвекции диффузии

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) q(\mathbf{r}, t) = \kappa \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} q(\mathbf{r}, t), \quad q(\mathbf{r}, 0) = q_0(\mathbf{r}),$$

Решалось методом Монте-Карло. Для этого методом характеристик решалось уравнение первого порядка

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) \tilde{q}(\mathbf{r}, t) = -\boldsymbol{\alpha}(t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \tilde{q}(\mathbf{r}, t), \quad \tilde{q}(\mathbf{r}, 0) = q_0(\mathbf{r}),$$

где  $\boldsymbol{\alpha}(t)$  - дельта-коррелированный гауссовский векторный случайный процесс, не зависящий от  $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ , с параметрами

$$\langle \boldsymbol{\alpha}(t) \rangle = \mathbf{0}, \quad \langle \alpha_i(t) \alpha_j(t') \rangle = 2\kappa \delta_{ij} \delta(t - t'), \quad i, j = 1, 2.$$

Было показано, что усреднение решения вспомогательного уравнения по ансамблю реализаций случайного процесса дает решение исходного уравнения. В результате моделирования, показано, что совместное действие турбулентной диффузии и хаотической адвекции приводит к ускорению распада ядра вихря.

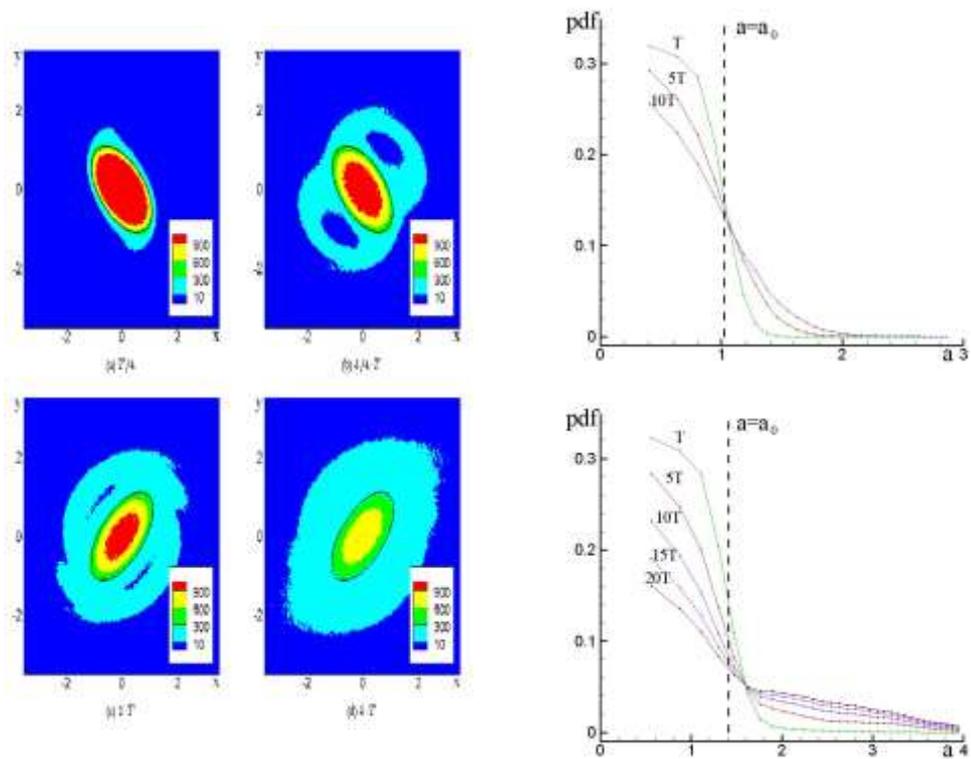


Рисунок 5.1. - Концентрация маркеров в указанные моменты времени при  $k=10^{-2}$ , случай вращения ядра. Количество маркеров в эллипсах, в зависимости от длины главных полуосей и числа оборотов ядра. Стационарный случай сверху, случай вращения ядра внизу.

Выявлены режимы параметрического резонанса при взаимодействии нестационарного деформационного потока (содержащего сдвиговую и вращательную компоненты) с вихревой парой. Обнаружено движение вихревого диполя по спирали, обусловленное параметрическим резонансом. Такой механизм движения ранее не был известен и позволяет объяснить меньшую скорость переноса тепла вихревыми структурами в океанических круговоротах, по сравнению с механизмом разлета вихрей Хогга и Стоммела. Показано, что пассивная примесь в вихревой атмосфере подвержена хаотической адвекции в силу нестационарности индуцированного поля скоростей.

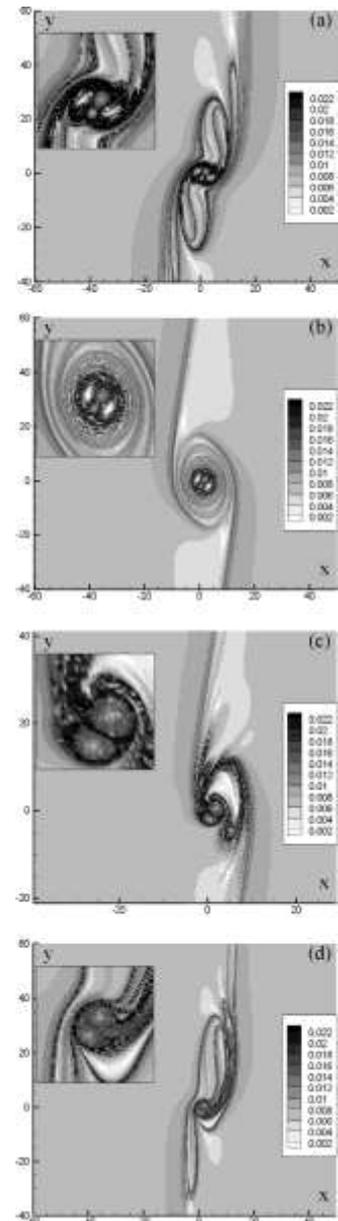
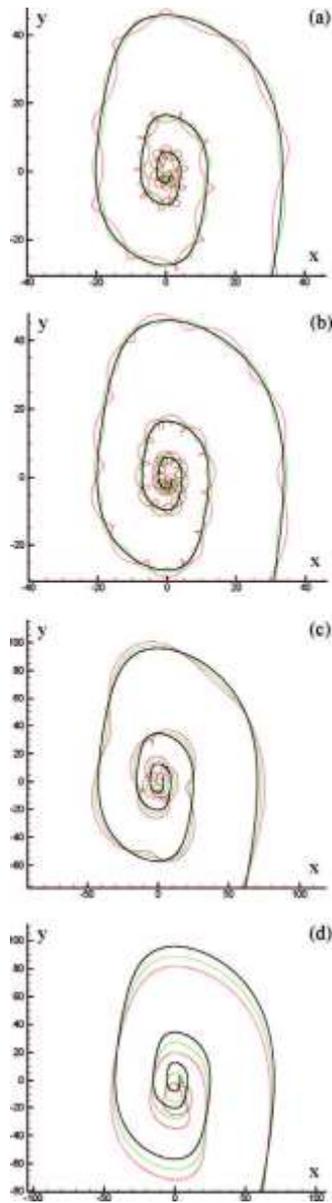


Рисунок 5.2. – а) Пример неограниченного движения вихревой пары. Черная кривая показывает движение центра завихренности, а цветные показывают траектории вихрей. Частота вращения потока  $\Omega_0 = -0.02$ , сдвиг  $S_0 = -0.01$ . Интенсивности вихрей: (а)  $\mu_1 = 1, \mu_2 = 2$ , (b)  $\mu_1 = -1, \mu_2 = -2$ , (с)  $\mu_1 = 1, \mu_2 = -2$ , (d)  $\mu_1 = -1, \mu_2 = 2$ .

Рисунок 5.2. – б) Поле накопленных ляпуновских показателей в индуцированном поле скоростей, соответствующем рисунку 5.2.а. Серая шкала показывает степень нерегулярности движения примеси от более регулярных светлых областей до более хаотических черных. Вставки показывают ближайшую окрестность вихревой пары.

## 6 Разработка численной модели процесса осаждения твердой фазы в двухтемпературной флюидонасыщенной вязкой среде и стыковка этой модели с нелинейными уравнениями двухслойного течения

Рассмотрим двумерную область  $\Omega$  с границей  $\Gamma$ , заполненную пористой флюидонасыщенной вязкой средой в поле силы тяжести, на поверхности которого расположен тонкий пласт, состоящий из  $N$  слоев. Обозначим через  $Z_k$  ( $k = \overline{0, N}$ ) границы многослойного пласта. Так как течение жидкости имеет субгоризонтальный характер не только в самом пласте неоднородности, но и в окрестности верхней границы с подстилающего его вязкого слоя, поставим ниже границы  $Z_N$  (на расстоянии порядка  $Z_0 - Z_N$ ) фиктивную горизонтальную границу  $Z_{N+1}$ , которая разделит расчетную область на верхнюю —  $D_1$ , и нижнюю —  $D_2$ , подобласти.

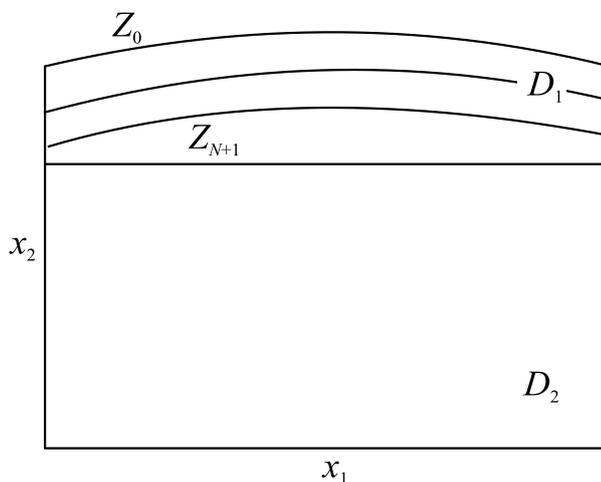


Рисунок 6.1. - Общая схема расчетной области.

Для описания движения жидкости в каждом слое подобласти  $D_1$  использовались упрощенные уравнения смазки (уравнениями Рейнольдса) полученные из общих уравнений гидродинамики при следующих предположениях:

- характерный горизонтальный масштаб возмущений много больше вертикального;
- негидростатические напряжения много меньше гидростатического давления;
- плотность не убывает с глубиной.

На границах раздела слоев задавались следующие краевые условия:

- на поверхности отсутствуют внешние напряжения;
- на границах раздела слоев скорости и напряжения непрерывны.

На боковых границах каждого слоя подобласти  $D_1$  задавались условия непроницаемой стенки.

Построена совместная численная модель, в которой произведено сопряжение скоростей движения вязкого скелета со скоростями течения жидкости в многослойном пласте.

Аналитическое исследование модели с однослойным пластом, в предположении малых деформаций границ слоев показало, что характерной особенностью рассматриваемого процесса является наличие двух режимов эволюции: быстрое изменение за относительно короткий начальный промежуток времени (так называемый временной пограничный слой) и квазистационарная стадия (за большие промежутки времени решение изменяется весьма незначительно). Так как на больших временах быстро убывающие экспоненты аналитического решения становятся пренебрежимо малыми, эволюция границ обуславливается лишь медленно убывающими компонентами. Так как отношения их коэффициентов при медленно убывающих экспонентах почти равны, отношение деформаций границ слоев на больших временах остается практически неизменным при любых комбинациях задаваемых их начальных возмущений.

Проведено асимптотическое исследование эволюции границ пласта на больших временах. В результате было получено асимптотическое уравнение, связывающее положения границ слоев и скорости на границе сопряжения на больших временах и не зависящее от предыстории течения, которое использовалось в качестве дополнительного условия на границе сопряжения сред.

На рисунке 6.2 показаны графики горизонтальной и вертикальной составляющих скорости движения жидкости на границе сопряжения пласта и двухфазного слоя в момент времени  $t = 1000$ . Сплошная линия соответствует точному, а пунктирная — численному решению.

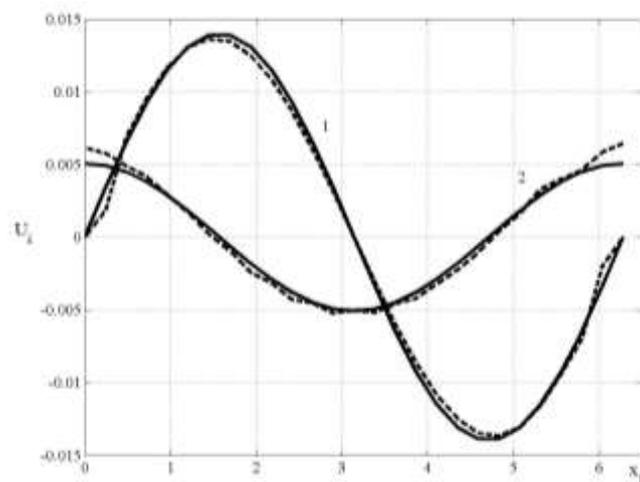


Рисунок 6.2. – Графики горизонтальной и вертикальной скорости движения жидкости на границе сопряжения областей на больших временах.

На рисунке 6.3 показана невязка численного решения с дополнительным асимптотическим условием в момент времени  $t = 1000$ . Максимальная погрешность численного решения, вычисляемая по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, получилась равной  $\eta_{\max} = 0,1$ ; максимальная погрешность на границе сопряжения получилась порядка:  $\eta_{\max} \approx 0,05$ .

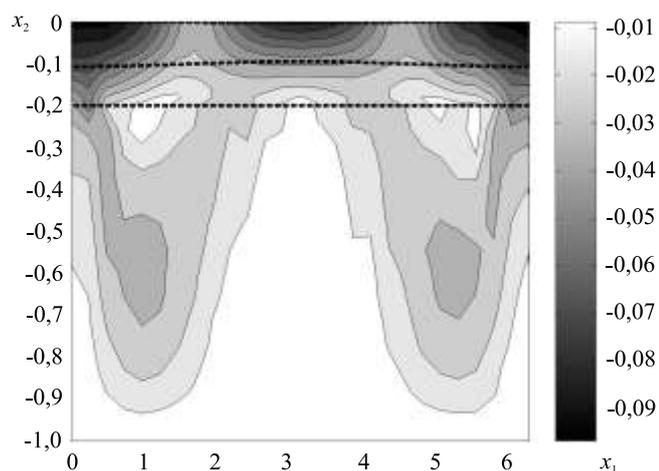


Рисунок 6.3 – Невязка численного решения с асимптотическим условием на больших временах

Большинство разработанных совместных моделей предварительно вычисляют используемое далее как начальное приближение поле скоростей с большой погрешностью, используя краевое условие внешней нагрузки, а затем с помощью итерационных процедур уточняют это решение. Дополнительное асимптотическое условие позволяет сразу получить численное решение с хорошей точностью без какого-либо итерационного уточнения.

## **7 Разработана теория гетерофазной нуклеации газовых включений и газогидратов на неровной поверхности и в мегапористых средах**

Природные гидраты метана распределяются главным образом в поровом пространстве осадков. Размер пор, поверхностные текстуры, минеральный состав осадков влияют на трехфазное условие равновесия газовых гидратов. Наличие ограничивающих поверхностей может выступать как катализатор процесса нуклеации. Дано теоретическое описание динамики включения вблизи жесткой поверхности. Получено обобщение решения Просперетти, описывающее поведение пузырька в цилиндрической поре. В найденном решении равновесная межфазная поверхность может иметь конечный радиус кривизны, а сферический сегмент включения может находиться вне поры. Показано, что в пренебрежении диссипативными процессами динамические уравнения имеют гамильтонову структуру. Возможность нахождения аналитического решения линейной задачи обусловлена наличием конформной симметрии и использованием преобразования Мелера-Фока. Проанализированы три типа граничных поверхностей: жесткая, импедансная и упругая. Оригинальность данного исследования состоит в использовании внутренней динамической симметрии задачи и представления решений в виде контурного интеграла (преобразование Мелера-Фока). Найдено точное выражение для функции Гамильтона в бисферических координатах для пузырька, располагающегося у жесткой поверхности. Для описания пузырька в поре используются тороидальные координаты. Вычислены два первых члена разложения гамильтониана по амплитудам колебаний – квадратичный и кубический. Диагонализация квадратичной части гамильтониана – нахождение нормальных координат, – выполнена пока только для объемной и дипольных мод. Соответственно нелинейные динамические уравнения для амплитуд учитывают взаимодействия только между этими модами. Теоретические результаты, полученные при описании динамики включения у жесткой поверхности, были использованы для описания натуральных экспериментов, выполненных на Морской экспериментальной станции ТОИ. В этих экспериментах изучались механизмы прохождения газового потока сквозь слой осадков. Предложен метод регистрации газожидкостных потоков вблизи морского дна, защищенный патентом.

## 8 Моделирование распространения акустических волн в слоистых геоакустических волноводах методом однонаправленных модовых уравнений, с учетом резонансного взаимодействия нормальных мод

Рассмотрено распространение монохроматических звуковых волн в мелком море в аксиально-симметричном и произвольном трехмерных слоистых волноводах с произвольным количеством слоев. Для резонансно взаимодействующих нормальных мод методом многомасштабных разложений выведена система однонаправленных модовых уравнений в первом случае и система модовых параболических уравнений во втором случае. В обоих случаях доказано сохранение потока акустической энергии с точностью, адекватной используемому приближению. Разработан пакет программ на языке C++ для моделирования распространения звука в трехмерных волноводах на основе полученных систем уравнений. Выполнены тестовые вычисления потерь на распространение для клиновой бенчмарки Американского акустического общества, которые показали превосходное совпадение с результатами стандартной программы COUPLE 2 Way.

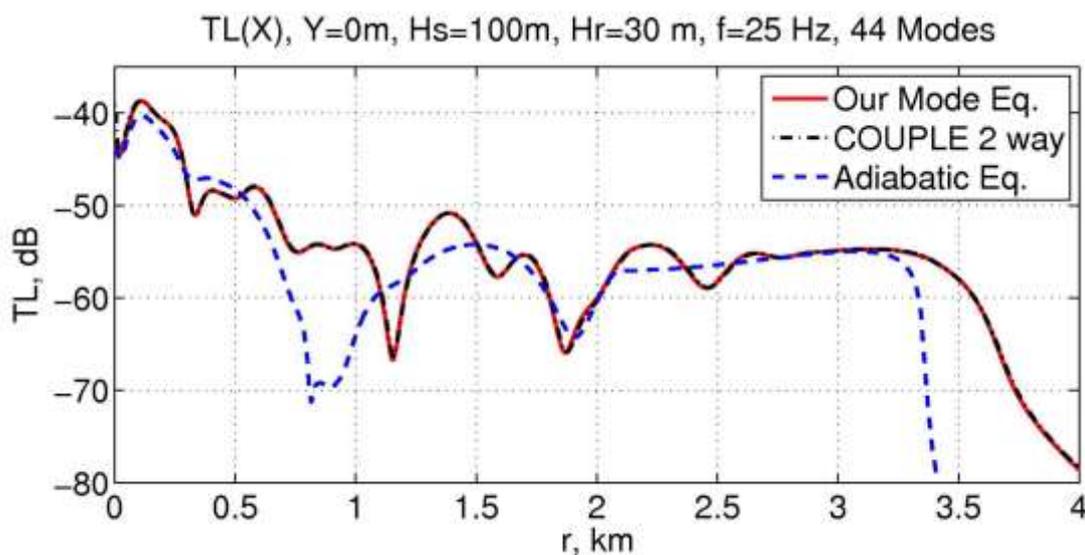


Рисунок 8.1. - Потери на распространение для клиновой бенчмарки (ASA wedge), вычисленные новыми параболическими уравнениями с взаимодействием мод. Приведено сравнение с программой COUPLE 2 Way (среднеквадратичная разница 0.3дБ) и адиабатическим параболическим уравнением.

## 9 Численное моделирование распространения импульсных акустических сигналов вдоль подводного звукового канала в Японском море и исследование влияния синоптических вихрей на спектр оператора эволюции акустического поля

Проведено численное моделирование распространения импульсных акустических сигналов вдоль глубоководного подводного звукового канала (ПЗК) в Японском море. Модель подводного звукового канала была разработана с использованием натуральных данных по гидрологии и включала в себя вариации скорости звука, обусловленные внутренними волнами, а также возмущение скорости звука, вызванное холодным синоптическим вихрем. Произведено разложение отдельных спектральных компонент акустического поля по модам невозмущенного волновода, с последующим выделением так называемых модовых импульсов, т. е. составляющих полученного сигнала, соответствующих отдельным модам. Основной целью работы было исследовать каким образом гидрологические неоднородности океана влияют на дисперсию акустических импульсов. Обнаружено, что в присутствии синоптического вихря происходит значительное ослабление межмодовой дисперсии. Степень подавления возрастает с уменьшением расстояния между вихревым ядром и осью ПЗК. Проведенный теоретический анализ показал, что данный эффект связан с образованием пучка звуковых лучей с пониженной геометрической и временной расходимостью. Также обнаружено, что рассеяние на синоптическом вихре приводит к расщеплению отдельных сегментов  $t$ - $z$ -диаграммы принимаемого сигнала. Получены формулы, позволяющие связать расположение расщепленного сегмента вдоль временной оси с характеристиками синоптического вихря.

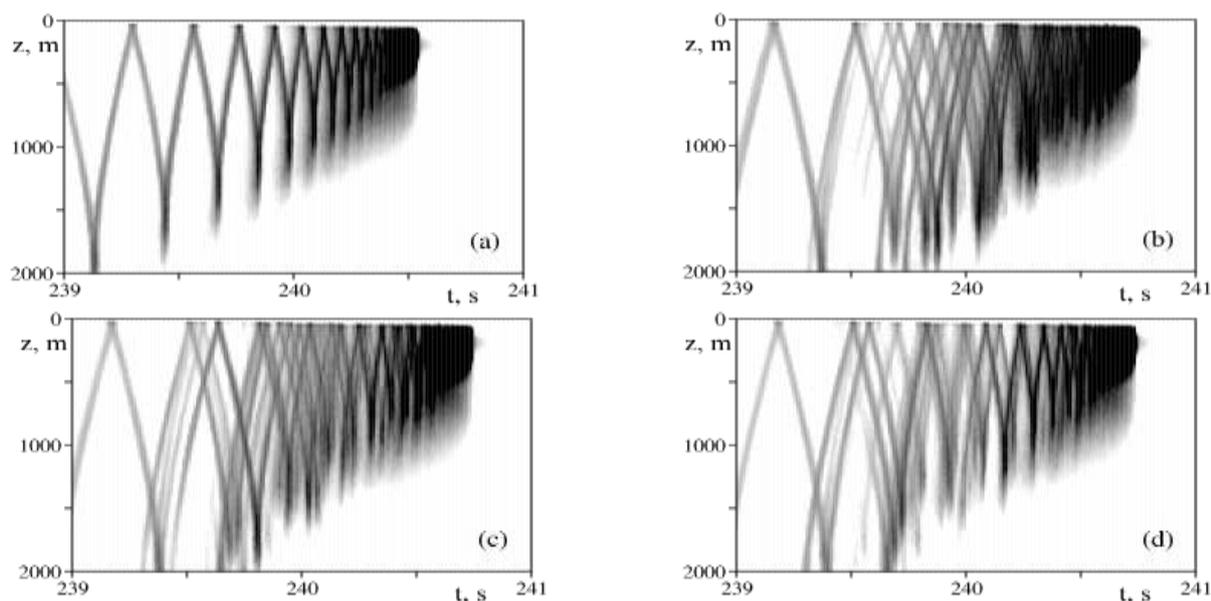


Рисунок 9.1. - Рассчитанные  $t$ - $z$ -диаграммы принимаемого сигнала для подводного звукового канала в отсутствие вихря (а) и в присутствии вихря с ядром на глубине 1000 м (b), 1250 м (c) и 1500 м (d).

Также проведено исследование влияния синоптических вихрей на спектр оператора эволюции акустического поля на примере модели ПЗК в Японском море. Обнаружено, что при использовании нормальных мод невозмущенного волновода в качестве базиса, спектр оператора эволюции не позволяет идентифицировать режимы регулярного распространения звука. Это связано с тем, что адиабатическая изменчивость среды вызывает неустойчивость периодических орбит соответствующего одношагового отображения Пуанкаре. На основании полученных результатов сделан вывод о том, что наиболее удачным выбором базиса являются моды волновода сравнения, учитывающие адиабатическую изменчивость среды, обусловленную синоптическими вихрями.

## 10 Особенности формы атомных линий металлов при сонолюминесценции ее связь с параметрами кавитационного коллапса и химическим окружением металла

Линии щелочных металлов в спектрах СЛ имеют сложный профиль. Он включает широкую ассиметричную компоненту с центром, сдвинутым относительно спектра в пламени, на фоне которой наблюдаются узкие несмещенные родительские пики. Уширение линий, которое относят к плотностному уширению, свидетельствует об излучении из сильно сжатой газовой фазы изнутри пузырька на фазе кавитационного коллапса. Появление в спектрах узкой несмещенной компоненты, возможной только при низкой плотности, порядка плотности при нормальном давлении, неясно. Остается необъясненной и зависимость формы линий от внешних параметров. Нами было обнаружено, что добавление поверхностно-активных веществ (ПАВ) существенно сужает профиль линий (рис. 10.1). Мы предполагаем, что возможной причиной является низкая энергия связи атома металла в молекулах поверхностно активных соединений. Обнаружено также, что ширина и форма линии существенно различна для высокой и низкой частот ультразвука (рис.10.2). При этом и для низкой, и для высокой частоты линия Na в спектрах раствора додецилсульфата Na (ПАВ) заметно уже по сравнению с линией, измеренной в растворе хлорида Na. В то же время, в обоих растворах наблюдалось сходное изменение формы линии при изменении частоты: на частоте 870 кГц линия была более узкая и имела выраженную узкую компоненту, тогда как на частоте 20 кГц линия была заметно шире, и в ней преобладала широкая компонента.

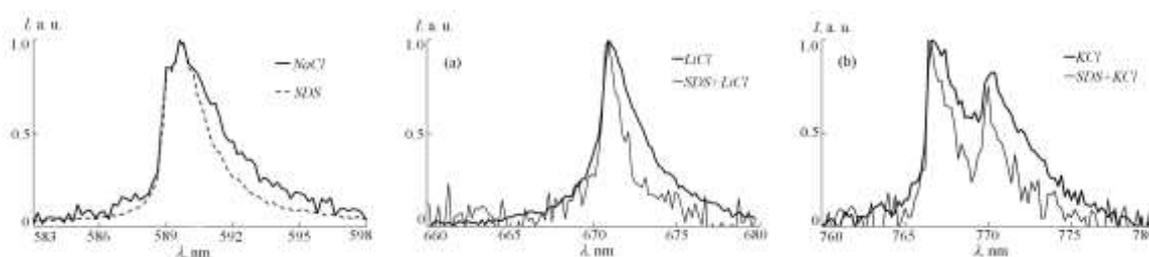


Рисунок 10.1. - Линии щелочных металлов в спектрах сонолюминесценции растворов хлоридов и растворов с поверхностно-активными свойствами.

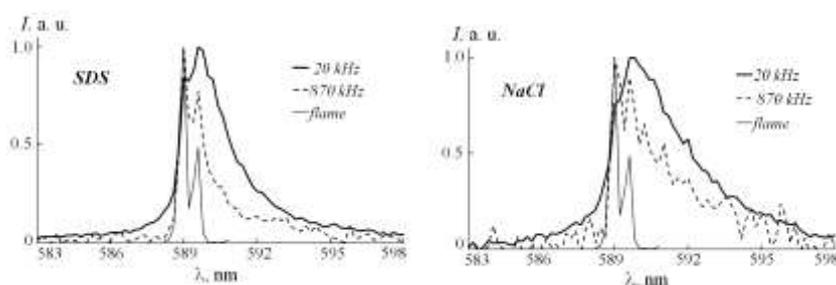


Рисунок 10.2. - Эффект частоты ультразвукового облучения на форму линия Na в спектрах растворов додецилсульфата (ПАВ) и хлорида натрия.

Ранее мы предложили модель, которая объясняет асимметричную сдвинутую форму широкой компоненты линии металлов при СЛ наложением отдельных спектров, излученных в условиях изменяющейся плотности возмущающей среды. Модель позволяет разделить узкую и широкую компоненты линии и оценить диапазон плотности, который занимает фаза свечения металла. Моделирование экспериментальных спектров показало, что фаза излучения металлов лежит вдали от момента максимального сжатия пузырька, когда происходит излучение континуума СЛ, при более низких плотностях и занимает широкий диапазон плотностей. Для спектров растворов ПАВ оценки дают более низкую плотность начала излучения, чем в случае раствора хлорида Na, что согласуется с более узкой линией Na в спектрах ПАВ.

Наличие узкого разрешенного дублета Na в спектре говорит о неоднозначности механизма излучения металла при СЛ, а именно, что излучение узкой и широкой компоненты происходит, вероятно, из различных излучающих зон. Согласно последним данным, эмиссия Na имеет отношение, в основном, к «химически-активным пузырькам», которые располагаются в зонах кавитационного облака с меньшей плотностью звуковой энергии (вдали от горна излучателя для низкой частоты либо в узлах стоячей волны для высокой частоты). В противоположность, «сонолюминесцентные» пузырьки, излучающие континуум, подвергаются интенсивным пульсациям возле горна либо в пучностях стоячей звуковой волны. Процессы в «сонолюминесцентных» пузырьках отличаются большей энергией, более высокими пиковыми температурами и плотностями. Возможно, одной из причин частотной зависимости является различие в динамике пузырьков, когда на высокой частоте в пузырьках, подверженных более «спокойным» пульсациям создаются условия для «низкоплотного» излучения Na.

Присутствие большого количества тушителей в пузырьках на низкой частоте может быть другой вероятной причиной частотной зависимости линии. Показано, что узкая компонента более подвержена тушению со стороны продуктов сонолиза, которые накапливаются в пузырьках на низкой частоте. На «низкоплотной» стадии коллапса, когда возможно излучение узкой линии, в пузырьке будет большое количество тушителей, паров воды и продуктов ее сонолиза. В более газовых пузырьках на высокой частоте этот эффект может не проявляться.

Почему не гасится широкая компонента? Механизм возбуждения металлов, как полагают, является хемилюминесцентным и обусловлен реакциями с образующимися при сонолизе радикалами H и OH. При этом будет излучаться как узкая компонента (при низкой плотности), так и уширенная плотностью широкая компонента. Чем выше плотность (и температура) коллапсирующего пузырька, тем больше условий для образования возбужденного металла и радикалов, участвующих в реакциях возбуждения, с одной стороны, и меньше тушителей, которые к моменту излучения успевают уйти в раствор либо конденсироваться на стенках (пары воды), с другой стороны.

Если принять, что возбуждение атома Na происходит с участием радикалов H и OH, то для излучения узкой компоненты спектра радикалы должны присутствовать в газовой фазе пузырьке, когда плотность ее достаточно низкая, т.е. задолго до или после финальной точки коллапса. Сонолиз воды происходит вблизи финальной точки. На высокой частоте время между двумя последовательными коллапсами может быть соизмеримо со временем жизни радикалов в газовой фазе. По крайней мере, вероятность их сохранения на частоте 870 кГц будет значительно выше. Если учесть приведенное выше рассуждение об относительно меньшем количестве тушителей, то это, возможно, объясняет заметное присутствие узкой компоненты в спектре металла на высокой частоте и ее подавление на низкой частоте.

Несколько слов о различии линий в спектрах NaCl и ПАВ. Хотя сам механизм не ясен, причинами более «низкоплотного» излучения Na в случае ПАВ могут быть: (1) меньшее поверхностное натяжение, что облегчает отрыв молекул и микрокапель раствора по «микрокапельной» модели попадания металлов в газовую фазу; (2) меньшая энергия связи атома Na в молекуле, что приводит к отрыву атома с последующим возбуждением-излучением при более мягких условиях (при низких плотностях); (3) меньший размер пузырьков. Известно, что кавитационные пузырьки в растворах ПАВ имеют заметно меньший размер (примерно втрое), чем в воде. Таким образом, и при повышении частоты ультразвука, и в растворах ПАВ мы наблюдаем тенденцию: более мелкие пузырьки излучают более узкую линию металла.

Нами предложено несколько возможных объяснений обнаруженной частотной зависимости формы линии Na в спектрах СЛ, а также различий формы линии в спектрах хлорида металла и ПАВ. Тем не менее, эти эффекты нуждаются в дальнейших исследованиях.

## **11 Влияние нелинейных эффектов взаимодействия пограничного слоя и фоновых потоков на эволюцию синоптических возмущений**

Влияние взаимодействия планетарных пограничного слоя и фоновых потоков на эволюцию синоптических вихревых возмущений в океане и атмосфере изучалось в численных квазидвумерных моделях геофизической гидродинамики представляющих уравнение вихря с дополнительными членами, которые представляют проинтегрированные по вертикали эффекты вращения Земли, относительной завихренности и трения. Основные характеристики пограничного слоя (его толщина, коэффициенты трения и турбулентности, интегралов от безразмерные функции для вертикальных профилей ветра и течений) могут существенно изменяться на масштабах вихревых образований в атмосфере и океане, что должно определять характер эволюции этих образований. Это было учтено при выводе уравнений новой баротропной модели уравнения вихря с включением дополнительных нелинейных членов, представляющих эффекты горизонтальной изменчивости полей основных характеристик пограничного слоя.

При изучении эволюции циклонических вихрей в атмосфере в уравнения моделей включались члены, имитирующие источники завихренности, связанные так же с процессами в пограничном слое атмосферы над океаном. Реализованы два варианта параметризации: источник пропорционален 1) экмановской накачке влажного воздуха из пограничного слоя в свободную атмосферу и 2) потоку тепла от поверхности океана.

В численных расчетах по эволюции начального кольцевого компенсированного вихря с типичными для тропического циклона на начальной стадии размером и интенсивностью показано, что структура вихревого образования и его интенсивность существенно зависит от того, как задается источник завихренности и от параметров пограничного слоя. Интегральные параметры пограничного слоя и параметризация источника завихренности определяют эволюцию начального вихря, образование мезовихрей при развитии неустойчивости, их число и интенсивности, процессы их слияния или разбегания. Показано, что выбор параметров, характерных для атмосферного пограничного слоя над океаном в тропиках, приводит к развитию неустойчивости начального вихревого возмущения и возникновению мезовихрей. В дальнейшей эволюции мезовихри под влиянием нелинейных эффектов пограничного слоя сливаются в один большой и интенсивный циклон за время 3-5 суток, характерное для формирования реальных тропических циклонов.

Развитые в работе модели эволюции вихревых образований сводятся к решению квазидвумерных уравнений вихря с дополнительными членами, параметризующими разнообразные эффекты экмановских пограничных слоев. Для решения этих уравнений были реализованы численные методы с минимальной численной вязкостью: конечноразностный метод четвертого порядка и полулагранжев метод адвекции контуров, в котором уравнение для функции

тока решается на регулярной сетке. Были проведены численные эксперименты по оценке точности и вычислительной эффективности различных вариантов метода адвекции контуров на примере решения баротропного уравнения вихря с учетом топографии, результаты которых позволяют говорить о высокой эффективности полулагранжева метода адвекции контуров в решении задач эволюции вихревых образований в океане и атмосфере.

## 12 Численные и аналитические методы расчета звуковых полей в неоднородных волноводах мелкого моря

Рассмотрим задачу расчета звукового поля в волноводе мелкого моря с неоднородностью дна (определяемого поверхностью  $z = h(x, y)$ ) в виде подводного каньона, имеющего вид

$$h(x, y) = H_0 + \frac{D}{\cosh^2(\sigma y)},$$

где  $H_0$  есть глубина моря,  $D$  – глубина каньона, а параметр  $\sigma$  характеризует его ширину (волновод с подводным каньоном изображен на Рис. 12.1). Звуковое поле точечного источника в таком волноводе может быть представлено в виде модового разложения

$$p(x, y, z) = \sum_{j=1}^N A_j(x, y) \varphi_j(z), \quad (12.1)$$

где  $\varphi_j(z, x)$  суть модовые функции невозмущенного волновода (т.е. волновода с плоским дном постоянной глубины  $z = H_0$ ):

$$\begin{cases} (\gamma \varphi_{jz})_z + \gamma \frac{\omega^2}{c^2} \varphi_j = \gamma k_j^2 \varphi, \\ \varphi_j|_{z=0} = 0, \\ \varphi_j|_{z \rightarrow \infty} = 0, \\ \gamma \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} \Big|_{z=h-0} = \gamma \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} \Big|_{z=h+0}, \end{cases}$$

а  $A_j(x, y)$  суть модовые амплитуды. Подставляя разложение (12.1) в трехмерное уравнение

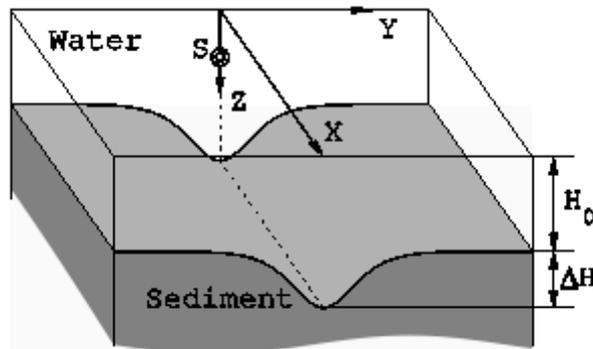


Рисунок 12.1. – Волновод мелкого моря с неоднородностью дна в виде подводного каньона.

Гельмгольца, и выполняя скалярное умножение на  $\varphi_j(z, x)$ , получаем уравнение горизонтальной рефракции на модовые амплитуды  $A_j(x, y)$ :

$$A_{jxx} + A_{jyy} + k_j^2 A_j + \frac{D}{\cosh^2(\sigma y)} A_j = -\delta(x) \delta(y - y_s) \varphi_j(z_s). \quad (12.2)$$

Уравнение (12.2) может быть решено аналитически методом разделения переменных.

Собственные функции в (12.2) относительно  $y$  выражаются через обобщенные полиномы Якоби. Таким образом, приближенное решение исходной задачи может быть написано в виде простой аналитической формулы. Результаты расчета звукового поля по этой формуле представлены на Рис. 12.2.

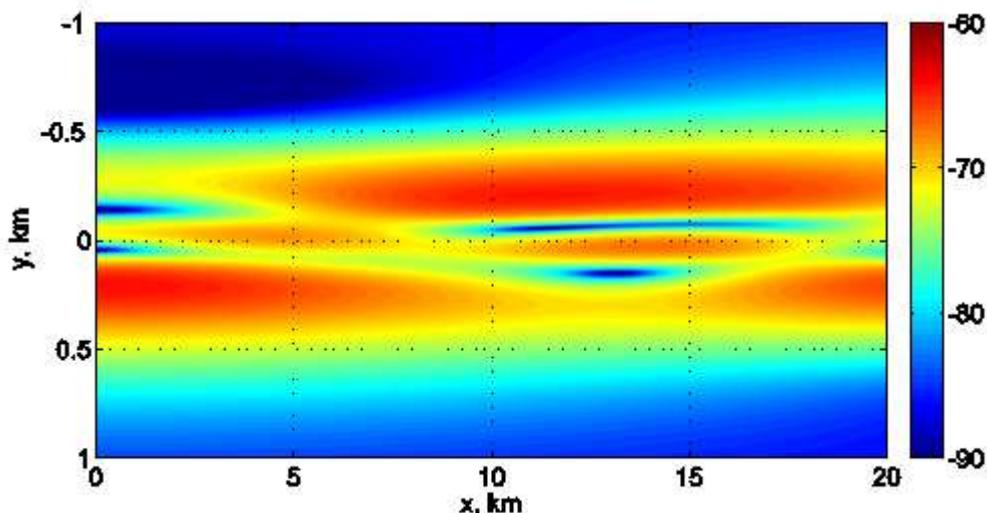


Рисунок 12.2. – Потери на распространение  $TL(x,y)$  (dB) для звукового поля в плоскости  $z=z_s$  в подводном каньоне, представленном на Рис. 12.1.

Ранее в наших работах было показано, что решение уравнения Гельмгольца может быть приближено с рядом, члены которого  $A_j(x,z)$  суть решения системы параболических уравнений вида

$$2ik_j A_{j,x} + A_{j,yy} + \nu A_j = A_{j-1,xx}, \quad (12.3)$$

При моделировании распространения звука в реальных задачах акустики мелкого моря необходимо осуществлять решение (12.3) в областях, не имеющих физических границ. Разумеется, численное решение (12.3) в бесконечной области невозможно. Поэтому необходимо было разработать метод искусственного ограничения расчетных областей линиями вида  $z=L$ . Для этого необходимо разработать граничные условия, обеспечивающие свободное прохождение волн через такую границу (т.н. условия прозрачной границы). В нашей работе мы успешно разработали и реализовали такие граничные условия для системы (12.3). Численные решения уравнений (12.3), полученные с использованием выведенных нами условий прозрачной границы, с высокой точностью (около 1/1000 по амплитуде) совпадают с аналитическими решениями данных уравнений.

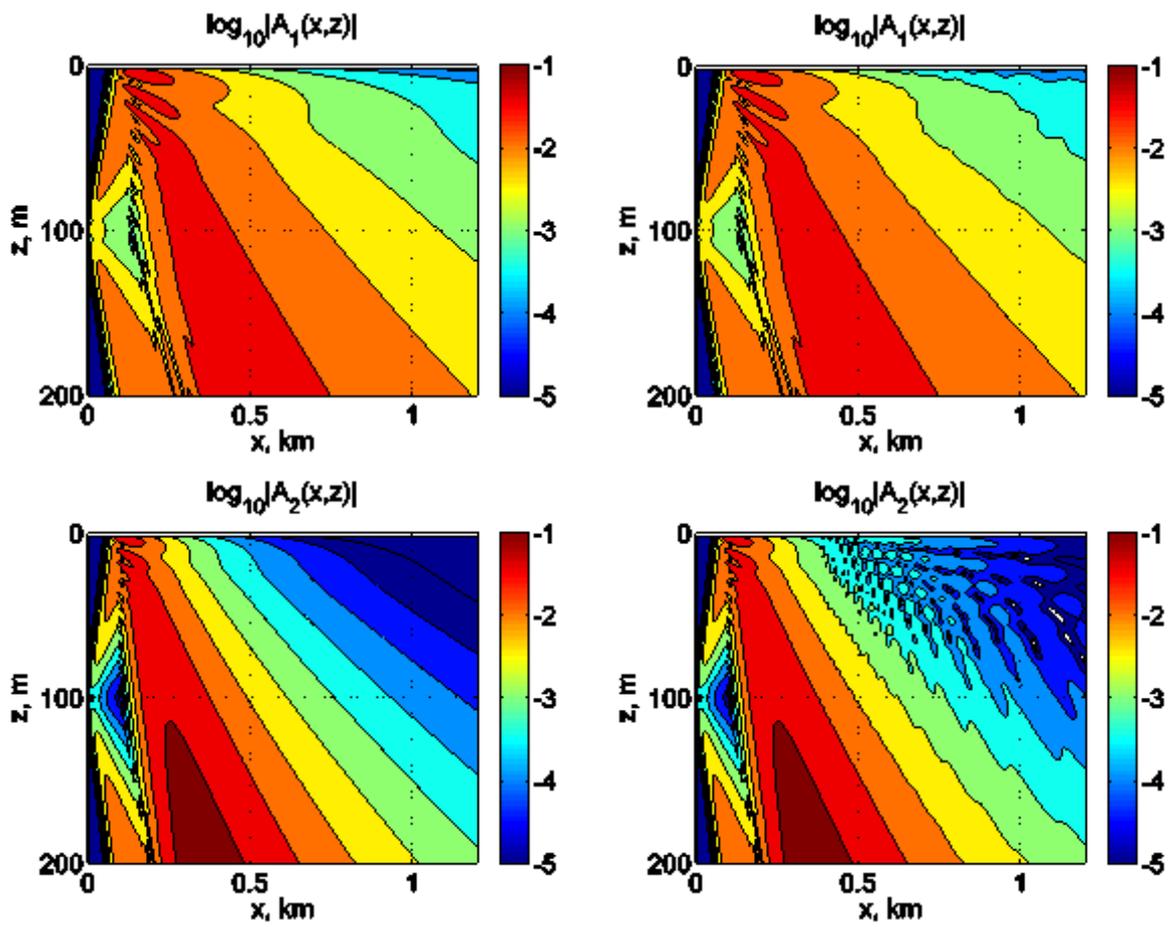


Рисунок 12.3. – Результаты численного (справа) и аналитического (слева) решения уравнений (12.3) для  $A_1(x,z)$  и  $A_2(x,z)$  (верхние и нижние пары картинок соответственно). Численные решения получены с помощью выведенных нами условий прозрачной границы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результатом проделанной работы являются экспериментальные натурные и лабораторные исследования, а также аналитические и численные модели гидродинамических и акустических линейных и нелинейных процессов в океане.

### Раздел 1

На базе теории нелинейных динамических систем и хаоса изучено влияние синоптических вихрей на расходы через проливы между Беринговым морем и Тихим океаном. Показано, что поверхностный поток южного направления через Камчатский пролив демонстрирует сезонную изменчивость: он максимален между ноябрем и апрелем и минимален в июне – сентябре. Это объясняется временными изменениями напряжения ветра в регионе. Межгодовые изменения этого потока статистически значимо коррелируют с втоком воды через пролив в Берингово море. Интенсификация продолжения Аляскинского течения сопровождается интенсификацией втока воды через Пролив Ближний в Берингово море. В летнее время картина потока в Камчатском проливе определяется циклоническими и антициклоническими мезомасштабными вихрями. Эти вихри формируются в центральной и западной частях Берингова моря под воздействием вихря ветра в зимне-весенний период.

### Раздел 2

В этом разделе с помощью численной модели INMOM на сеточном разрешении  $1/12^\circ$ , под реальным воздействием потоков тепла, пресной воды и напряжения ветра на поверхности моря, принимая в расчет термодинамику морского льда, а также солевой и температурный обмен через проливы, рассчитана циркуляция вод Японского моря и ее изменчивость с 1948 по 2009 гг.

Подтверждено преобладание циклонической направленности движения вод на промежуточных горизонтах и в глубоководных слоях Центральной котловины Японского моря. Установлено, что в течение климатического года циркуляция вод, интенсифицируясь в зимний сезон и ослабляясь почти до нуля к началу осени, не меняет своей циклональности. Главная причина подобного характера движения вод связана с сезонной изменчивостью ветровой нагрузки на акваторию Японского моря, а также с наличием глубоководной котловины в северной части моря.

Выполнен спектральный анализ изменчивости средней относительной завихренности в Центральной котловине Японского моря, связанной с циркуляцией вод линейной зависимостью. Показано, что спектр средней относительной завихренности формируется колебаниями из межгодового диапазона с частотами  $1/2.3$ ,  $1/3.7$  и  $1/4.7$  год<sup>-1</sup> и из декадного диапазона с частотами  $1/9.5$  и  $1/14.3$  год<sup>-1</sup>. Установлено, что спектральный состав изменчивости средней относительной завихренности с ростом глубины остаётся тем же самым, однако выявлено заметное (до 50%)

уменьшение высоты пика, соответствующего декадной изменчивости ( $\sim 1/9.5 \text{ год}^{-1}$ ), при изменении глубины с 500 до 1500 метров, и незначительное изменение высот пиков из межгодового диапазона частот.

### **Раздел 3**

Из приведённого анализа следует, что завихренность фонового течения существенно влияет на параметры волнового поля, меняя не только значение коэффициент квадратичной нелинейности  $\alpha$ , но и его знак, т.е. он может быть как положительным, так и отрицательным или даже равняться нулю, что мы и наблюдаем для этого параметра в фоновом течении различной циклональности.

### **Раздел 4**

Рассмотрена трехмерная термохалинная конвекция в бесконечном по горизонтали медленно вращающемся вокруг вертикальной оси слое несжимаемой жидкости, взаимодействующая с полем горизонтальной завихренности. Конвекция изучается в слабо-надкритическом режиме в случае больших чисел Рэлея в окрестности точек бифуркации Хопфа, что актуально для океанологических приложений. Методом многомасштабных разложений для рассматриваемой системы получено семейство амплитудных уравнений CGLE типа. Численное моделирование псевдоспектральным ETD методом показало, что в системе развивается состояние диффузионного хаоса с характерными динамическими структурами, такими как продолговатые облака, пятна или волокна, в зависимости от исходных параметров. В случае нескольких горизонтальных мод разработанная модель позволяет описывать более сложные конвективные структуры, напоминающие, например, полярный гексагон на Сатурне.

### **Раздел 5**

Показана роль хаотической адвекции и турбулентной диффузии в формировании распределения примеси в поле скоростей индуцированном эллипсоидальными (дипольными) вихревыми структурами взаимодействующими с нестационарным деформационным внешним потоком.

### **Раздел 6**

Разработана совместная численная модель тонкого многослойного пласта переменной мощности, лежащего на двухфазном слое, которая соединяет в себе уравнения Рейнольдса с уравнениями двухтемпературной флюидонасыщенной вязкой среды. С помощью метода малого параметра получено асимптотическое уравнение, которое использовалось в качестве

дополнительного ограничения на искомое решение. Результаты моделирования подтвердили эффективность применения этого ограничения для сопряжения полей скоростей на больших временах без использования каких-либо уточняющих итерационных процедур.

### **Раздел 7**

Изучена динамика включений при наличии ограничивающих поверхностей, что позволило интерпретировать результаты натуральных экспериментов по изучению механизмов газопереноса в морских осадках.

### **Раздел 8**

Рассмотрено распространение монохроматических звуковых волн в мелком море в аксиально-симметричном и произвольном трехмерном слоистых волноводах с произвольным количеством слоев. Методом многомасштабных разложений выведена система однонаправленных модовых уравнений в первом случае и система модовых параболических уравнений во втором случае, с учетом резонансного взаимодействия нормальных мод. Выполнены тестовые вычисления для клиновой бенчмарки ASA, показавшие вычислительную эффективность и хорошую точность полученных уравнений для практических нужд.

### **Раздел 9**

Проведено численное моделирование распространения импульсных акустических сигналов вдоль подводного звукового канала в Японском море. Обнаружено, что в присутствии синоптического вихря происходит значительное ослабление межмодовой дисперсии, а также расщепление отдельных сегментов  $t$ - $z$ -диаграммы принимаемого сигнала.

Проведено исследование влияния синоптических вихрей на спектр оператора эволюции акустического поля и выявлено, что наиболее удачным выбором базиса для построения оператора являются моды волновода сравнения, учитывающие адиабатическую изменчивость среды, обусловленную синоптическими вихрями.

### **Раздел 10**

Предложены возможные объяснения обнаруженной частотной зависимости формы линии Na в спектрах сонолюминесценции, а также различий формы линии щелочных металлов в спектрах растворов галогенидов и растворов с поверхностно-активными свойствами. Полученные результаты говорят о неоднозначности механизма излучения металлов при сонолюминесценции, а именно, что излучение узкой и широкой компоненты линии металлов в спектрах происходит, вероятно, из различных излучающих зон.

## **Раздел 11**

В численных расчетах показано, что структура вихревого образования в атмосфере и его интенсивность существенно зависит от того, как задается источник завихренности и от параметров пограничного слоя. Они определяют эволюцию начального вихря, образование мезовихрей при развитии неустойчивости, их число и интенсивности, процессы их слияния или разбегания. Показано, что выбор параметров, характерных для атмосферного пограничного слоя над океаном в тропиках, приводит к развитию неустойчивости начального вихревого возмущения и возникновению мезовихрей. В дальнейшей эволюции мезовихри под влиянием нелинейных эффектов пограничного слоя сливаются в один циклон за время 3-5 суток, характерное для формирования реальных тропических циклонов.

## **Раздел 12**

В дальнейшем мы намерены построить аналитические решения для задач распространения звука в изогнутом подводном каньоне, а также в расширяющемся каньоне. Наше исследование параболических аппроксимаций для уравнения Гельмгольца будет продолжено. Мы намерены получить аналогичные приближения для трехмерного уравнения Гельмгольца, а также вывести для получающихся при этом неоднородных параболических уравнений чисто дискретные условия прозрачной границы.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Список основных работ, опубликованных по теме исследований

- Аргонов В.Ю.* Coherent Cooling of Atoms in a Frequency-Modulated Standing Laser Wave: Wave Function and Stochastic Trajectory Approaches // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2014. Т.146, № 5. С. 917-926.
- Баранов А.А., Пермьяков М.С.* Полулагранжев метод адвекции контуров в задаче взаимодействия вихря с изолированной топографической особенностью на  $\beta$ -плоскости // Вычислительные методы и программирование. 2014. Т. 15. С. 621-630.
- Гордейчук Т.В., Казачек М.В.* Влияние частоты ультразвука на форму D-линии Na в спектрах сонолюминесценции водных растворов хлорида и додецилсульфата натрия // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 39. Вып. 23. С. 31-40.
- Гудименко А.И., Гузев М.А.* Об инвариантной форме записи закона сохранения массы // Дальневосточный математический журнал. 2014. Т.14, № 1. С.3-40.
- Пак В.В.* Моделирование поля скоростей двухслойного течения вязкой жидкости и некоторые геофизические приложения // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2014. Вып. 1. С. 66-75.
- Пак В.В.* Асимптотическое исследование образования многокольцевой структуры в ползущем осесимметричном двухслойном течении с переменной толщиной слоев и некоторые геофизические приложения // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2014. № 4. С.95-108.
- Пак В.В.* Применение метода проекции градиента к численному решению совместной системы уравнений Стокса и уравнений Рейнольдса // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7, № 1. С. 23-29.
- Рыжов Е.А., Израильский Ю.Г., Кошель К.В.* Вихревая динамика жидкости вблизи границы с округлой выемкой // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50, № 4. С. 477-483.
- Степанов Д.В., Дианский Н.А., Новотрясов В.В.* Численное моделирование циркуляции вод центральной части Японского моря и исследование ее долгопериодной изменчивости в период 1958-2006 гг. // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50, № 1. С. 84-96.
- Koshel K.V., Ryzhov E.A., Zyryanov V.N.* Toroidal vortices over isolated topography in geophysical flows // Fluid Dyn. Res. 2014. V. 46, № 3. art.no. 031405.

- Makarov D.V., Kon'kov L.E.* Quantum transport in a driven disordered potential: onset of directed current and noise-induced current reversal // *The European Physical Journal B*. 2014. V. 87, № 12. art.no. 281.
- Petrov P.S., Petrova T.N.* Asymptotic solution for the problem of sound propagation in a sea with an underwater canyon // *Journal of the Acoustical Society of America*. 2014. V. 136, № 4. EL281-EL287.
- Prants S.V., Andreev A.G., Uleysky M.Yu., Budyansky M.V.* Lagrangian study of temporal changes of a surface flow through the Kamchatka Strait // *Ocean Dynamics*. 2014. V. 64, № 6. P. 771-780.
- Байдаков В.Г., Каверин А.М., Андбаева В.Н., Максимов А.О., Панков А.С.* Инициирование вскипания перегретых криогенных жидкостей // XIV Минский международный форум по тепло- и массопереносу, Минск, 10 – 13 сентября 2012 / XIV Minsk International Heat and Mass Transfer Forum / Т. 1. Ч. 2 Минск.: Ин-т тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси, 2012. С. 385–387.
- Байдаков В.Г., Каверин А.М., Андбаева В.Н., Максимов А.О., Панков А.С.* Инициирование вскипания перегретых криогенных жидкостей // XIV Минский международный форум по тепло- и массопереносу, Минск, 10 – 13 сентября 2012 / XIV Minsk International Heat and Mass Transfer Forum / Т. 1. Ч. 2 Минск.: Ин-т тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси, 2012. С. 385–387.
- Prants S.V., Budyansky M.V., Uleysky M.Yu.* Identifying Lagrangian fronts with favourable fishery conditions // *Deep Sea Research I*. 2014. V. 90. P. 27-35.
- Prants S.V., Budyansky M.V., Uleysky M.Yu.* Lagrangian study of surface transport in the Kuroshio Extension area based on simulation of propagation of Fukushima-derived radionuclides // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2014. V. 21. P. 279-289.
- Ryzhov E.A.* Irregular mixing due to a vortex pair interacting with a fixed vortex // *Physics Letters A*. 2014. V. 378, № 45. P. 3301-3307.
- Ryzhov E.A., Koshel, K.V.* Two-point-vortex evolution in an oscillatory shear flow with rotation // *Europhysics Letters*. 2014. V. 108. art.no. 24002.
- Uleysky M.Yu., Makarov D.V.* Dynamics of BEC mixtures loaded into the optical lattice in the presence of linear inter-component coupling// *Journal of Russian Laser Research*. 2014. V. 35, № 2. P.138-150.