

## ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ЗАЛИВАХ ЯПОНСКОГО МОРЯ

**С.В. Смирнов\***

*Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток*

E-mail: \*smirnoff@iacp.dvo.ru

### **Аннотация**

Для численного исследования резонансных колебаний в акваториях Японского моря применяется модель, основанная на линеаризованной относительно основного состояния покоя системе уравнений мелкой воды в сферической системе координат с учетом периодического внешнего воздействия и трения о дно. Разностные аналоги уравнений модели построены на нерегулярной треугольной сетке. Расчеты резонансного отклика модельного водоема производятся для последовательностей значений частоты при заданном распределении амплитуды вынуждающей силы. Вычислительная область включает акваторию Японского моря, в модельных проливах заданы условия излучения. Цифровой рельеф дна прибрежной зоны залива Петра Великого построен на основе морских навигационных карт. Для остальной части вычислительной области применяются данные ETOPO1. С применением численной модели изучены резонансные свойства акватории залива Находка, являющегося полузамкнутым водоемом с широким входом. Были получены наборы пространственно-временных параметров для вынужденных колебаний, представляющих собой отклики на периодические ветровые воздействия. Проведено сравнение результатов вычислений с результатами натурных наблюдений с автоматизированного поста Находка сети наблюдения за уровнем моря российской службы предупреждения о цунами. Численная модель позволяет получить данные о колебаниях уровня в бухтах Находка и Врангеля, в которых расположены многочисленные портовые сооружения. Представленная численная модель может быть применена при планировании размещения измерителей в натурных экспериментах, интерпретации и анализе результатов

*Ключевые слова:* резонансные колебания, свободная поверхность, море, спектральный анализ, численная модель.

# RESEARCH OF RESONANT OSCILLATIONS IN THE BAYS OF THE SEA OF JAPAN

**S.V. Smirnov\***

*Institute of Automation and Control Processes of the Far Eastern Branch  
of the Russian Academy of Sciences, Vladivostok*

E-mail: \* smirnoff@iacp.dvo.ru

## **Abstract**

A numerical model is used for the study of resonance oscillations in the waters of the Sea of Japan. The model is based on a shallow water system linearized with respect to the ground state of rest in a spherical coordinate system, taking into account external periodical wind influence and bottom friction. Finite-difference analogues of the model equations are built on an irregular triangular grid. The resonance response of a model reservoir is calculated for sequences of frequency values for a given distribution of the driving force amplitude. The computational domain includes the waters of the Sea of Japan. Radiation conditions are specified in model straits. The digital relief of the bottom of the coastal zone of Peter the Great Bay is based on marine nautical charts. For the rest of the computing domain, ETOPO1 data is applied. With using the numerical model, the resonance properties of the water area of the Nakhodka Bay, which is a semi-enclosed body of water with a wide entrance, are studied. Sets of spatio-temporal parameters for forced oscillations were obtained, which are responses to periodic wind effects. A comparison of the results of calculations with the results of field observations from an automated post of a network for monitoring the sea level of the Russian tsunami warning service is carried out. The numerical model provides data on level fluctuations in the bays of Nakhodka and Wrangel, in which numerous port facilities are located. The presented numerical model can be applied in planning the placement of meters in field experiments, interpretation and analysis of the results.

*Keywords:* resonant oscillations, free surface, sea, spectral analysis, numerical model.

ORCID ID: 0000-0002-3010-2361

## **Введение**

Обеспечение безопасности населения и инженерных сооружений в прибрежных районах требует знания волновых режимов и ре-

зонансных свойств прибрежных акваторий, поскольку резонансное усиление колебаний уровня моря при определенных условиях может привести к катастрофическому увеличению амплитуды колебаний [12, 13]. В данной работе объектом исследования являются длинноволновые колебания уровня, регистрируемые в прибрежных акваториях залива Петра Великого Японского моря. В настоящее время имеются многолетние данные с автоматизированных постов российской службы предупреждения о цунами [8] и относительно короткие ряды данных экспедиционных измерений, например, [2, 3, 4, 7]. Решение проблемы исследования колебаний с интерпретацией результатов измерений включает в себя получение пространственно-временных параметров этих колебаний при помощи математических моделей. Наиболее широко применяются модели, основанные на уравнениях мелкой воды. В самом простом случае рассматриваются собственные колебания системы, когда диссипативные эффекты и внешние воздействия не учитываются. С применением такого подхода исследованы пространственные параметры ряда колебаний в заливе Петра Великого, изложенные в работах [2, 5, 6]. Известным ограничением моделей без диссипации является возможная переоценка значений амплитуды в мелководных прибрежных зонах. Кроме того, большие затруднения с интерпретацией данных измерений, очевидно, связаны с отсутствием учета влияния внешних воздействий на значения амплитуд собственных колебаний в таких моделях.

В данной работе рассматриваются различные аспекты применения численной модели мелкой воды на нерегулярной треугольной пространственной сетке, с учетом трения о дно и периодического по времени внешнего воздействия. Такой подход позволил, например, исследовать резонансные колебания с интерпретацией результатов измерений, выполненных в восточной части залива Посьета [7]. Необходимо отметить, что полученные в [7] результаты могут быть объяснены влиянием резонансных свойств акватории бухты Троицы, характеризующейся относительно узким входом. В данной работе исследуются пространственно-временные параметры резонансных колебаний в заливе Находка, характеризующемся относительно широким входом и расположенным в восточной части акватории залива Петра Великого Японского моря.

## Уравнения модели

Для расчета вынужденных колебаний использовалась спектрально-разностная модель, основанная на системе дифференциальных уравнений теории приливов. Уравнения движения содержат описание периодического во времени ветрового воздействия, вязкое трение о дно учитывается в виде линейной зависимости от компонентов скорости с коэффициентом  $r_B$ :

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{g}{a \cos \varphi} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} - \frac{r_B}{H} u + F^\lambda, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{g}{a} \frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} - \frac{r_B}{H} v + F^\varphi,$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left( \frac{\partial Hu}{\partial \lambda} + \frac{\partial Hv \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) = 0,$$

$$F^\lambda = F_1^\lambda(\lambda, \varphi) \cos \sigma t + F_2^\lambda(\lambda, \varphi) \sin \sigma t,$$

$$F^\varphi = F_1^\varphi(\lambda, \varphi) \cos \sigma t + F_2^\varphi(\lambda, \varphi) \sin \sigma t,$$

где  $a$  — средний радиус Земли;  $\lambda$  и  $\varphi$  — географические долгота и широта;  $t$  — время;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $H$  — глубина невозмущенного слоя жидкости;  $u$  и  $v$  — компоненты вектора скорости вдоль направлений  $\lambda$  и  $\varphi$  соответственно;  $\zeta$  — высота свободной поверхности в невозмущенном положении;  $f$  — параметр Кориолиса;  $F^\lambda$  и  $F^\varphi$  — компоненты внешнего воздействия;  $\sigma$  — частота. На твердой вертикальной границе  $\Gamma$  задано условие непротекания

$$n^\lambda u + n^\varphi v \Big|_\Gamma = 0,$$

где  $n^\lambda$  и  $n^\varphi$  — компоненты вектора нормали к границе. На жидких боковых границах заданы условия излучения [11]. Резонансный отклик акватории рассчитывается для заданных значениях частоты и распределения амплитуд внешнего воздействия. Решения ищем в следующем виде:

$$u = u_1 \cos \sigma t + u_2 \sin \sigma t, \quad v = v_1 \cos \sigma t + v_2 \sin \sigma t, \\ \zeta = \zeta_1 \cos \sigma t + \zeta_2 \sin \sigma t,$$

где  $u_1, u_2, v_1, v_2, \zeta_1$  и  $\zeta_2$  не зависят от времени. В комплексных переменных

$$U = u_1 + i u_2, \quad V = v_1 + i v_2, \quad Z = \zeta_1 + i \zeta_2, \quad F_C^\lambda = F_1^\lambda + i F_2^\lambda, \\ F_C^\phi = F_1^\phi + i F_2^\phi$$

уравнения и граничное условие модели принимают следующий вид:

$$-i\sigma U - fV = -\frac{g}{a \cos \phi} \frac{\partial Z}{\partial \lambda} - \frac{r_B}{H} U + F_C^\lambda, \quad -i\sigma V + fU = -\frac{g}{a} \frac{\partial Z}{\partial \phi} - \frac{r_B}{H} V + F_C^\phi, \\ -i\sigma Z + \frac{1}{a \cos \phi} \left( \frac{\partial HU}{\partial \lambda} + \frac{\partial HV \cos \phi}{\partial \phi} \right) = 0, \\ n^\lambda U + n^\phi V \Big|_\Gamma = 0.$$

Основные положения процедуры построения нерегулярной треугольной сетки изложены в работе [3]. При построении разностных аналогов уравнений модели на треугольной сетке применяется метод конечного объема. С применением пакета линейной алгебры SuperLUMT [10] численно решается система линейных уравнений для сеточных функций  $U_m$  и  $V_m$  и  $Z_n$ , в которых правые части зависят от вынуждающей силы. В результате, получаются соответствующие заданным частотам пространственные распределения комплексных амплитуд колебаний уровня и компонент скорости.

## Расчет резонансных колебаний

В данной работе представлены результаты изучения свойств резонансных колебаний в заливе Находка с применением спектрально-разностной модели и натурных данных с автоматизированного поста Находка сети наблюдения за уровнем моря российской службы предупреждения о цунами. Залив Находка представляет собой полузамкнутый водоем с широким входом. Чтобы уменьшить влияние применяемых условий на жидких границах, в данной работе в вычислительную область включена вся акватория Японского моря. В модельных проливах заданы условия излучения. Цифровой рельефа дна прибрежной зоны залива Петра Великого построен на основе

морских навигационных карт [1]. Для остальной части вычислительной области применяются данные ЕТОРО1 [9]. Во всей расчетной области размер сторон треугольников сетки около береговой линии равен 30 м. По мере удаления о береговой линии размер сторон треугольников сетки увеличивается вплоть до значения, равного 4 км. Параметры вынуждающей силы в уравнениях модели были заданы следующими выражениями:

$$F_C^\lambda = \frac{A_\tau}{H} B(r) \sin \theta, \quad F_C^\varphi = \frac{A_\tau}{H} B(r) \cos \theta,$$

$$B(r) = \begin{cases} 1, & r \leq r_1 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \pi \frac{r-r_1}{r_0-r}, & r_1 < r < r_0 \\ 0, & r \geq r_0 \end{cases}$$

где  $A_\tau$  амплитуда ветрового напряжения;  $\theta$  азимут направления действия вынуждающей силы;  $r \equiv r(\lambda_0, \varphi_0; \lambda, \varphi)$  расстояние между точками с координатами  $(\lambda_0, \varphi_0)$  и  $(\lambda, \varphi)$ . Для каждого заданного значения  $\sigma$  решения вычисляются для северного ( $\theta = 0$ ) и восточного ( $\theta = \pi/2$ ) направлений. Направлению с произвольным  $\theta$  соответствует линейная комбинация этих двух решений с весами  $\cos \theta$  и  $\sin \theta$  соответственно. Расчеты резонансного отклика акватории проведены при  $r_B = 2 \times 10^{-5}$  м/с,  $r_0 = 105$  км,  $r_1 = 100$  км,  $\lambda_0 = 132,95^\circ \text{E}$  и  $\varphi_0 = 42,7^\circ \text{N}$ . Та-

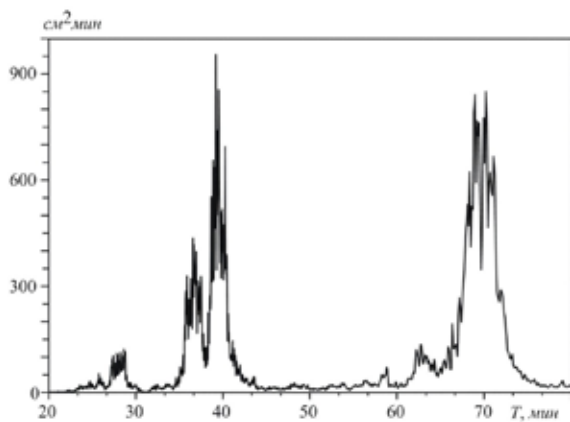


Рис. 1 Осредненная спектральная плотность мощности

ким образом, внешние силы воздействуют только на залив Находка и прилегающие акватории. На рис. 2 показана нормированная модельная резонансная кривая для случая зонального направления ветра. Для сравнения, на рис. 1 показан график осредненной спектральной плотности

мощности  $[\text{см}^2 \cdot \text{мин}]$ , вычисленной по данным натуральных измерений [6].

На рис. 1 отчетливо выделяются группы пиков с периодами в окрестностях 28, 37, 40 и 70 мин. Этим группам соответствуют группы максимумов модельной резонансной кривой 2. Следует отметить,

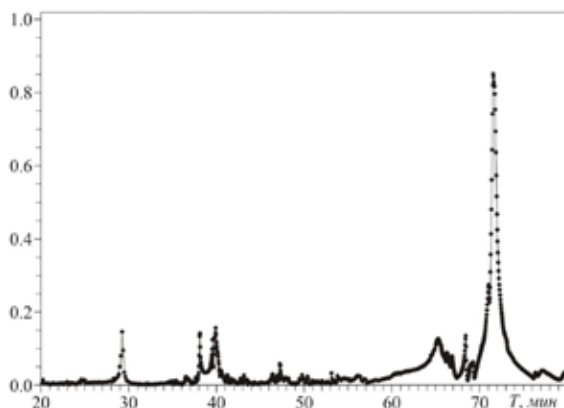


Рис. 2 Модельная резонансная кривая

что группы пиков на рис. 1 существенно превосходят по ширине соответствующие группы пиков модельной резонансной кривой на рис. 2. По-видимому, это связано с влиянием местоположения области ветрового воздействия. В качестве примера колебания, слабо проявляющегося в результатах измерений на станции Находка, на рис. 3а и 3б в географических координатах  $\lambda$  и  $\varphi$  показаны распределения амплитуды колебаний с периодами 25.94 мин по акватории залива Находка для случаев меридионального и зонального направления ветрового воздействия. В районе станции Находка ( $42.8^\circ \text{с.ш.}$ ,  $132.92^\circ \text{в.д.}$ ) амплитуды данных колебаний имеют малые значения, что показывает

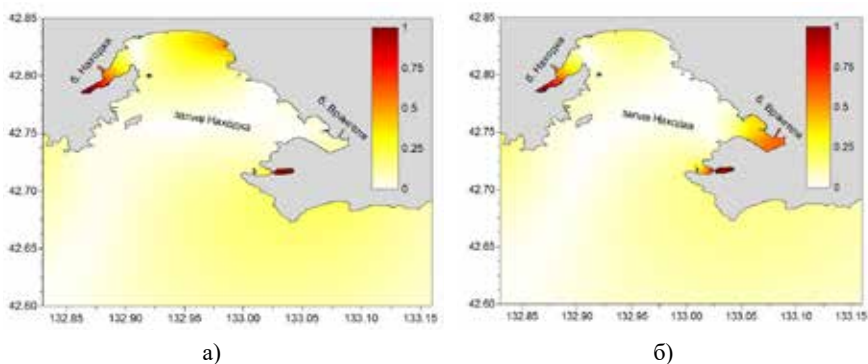


Рис. 3 Распределения амплитуды колебаний с периодом 25.94 мин для меридионального (а) и зонального (б) ветрового воздействия

необходимость привлечения математических моделей при планировании размещения дополнительных регистраторов уровня моря. Отметим, что колебание с данной частотой проявляется в бухте Врангеля только в случае зонального направления ветра.

## Заключение

В данной работе представлены результаты изучения свойств резонансных колебаний в заливе Находка с применением спектрально-разностной модели и натурных данных. Получены наборы пространственно-временных параметров для вынужденных колебаний в виде отклика на локальные ветровые периодические воздействия. Расположение пиков на модельных резонансных кривых соответствует хорошо выраженным максимумам энергетического спектра по данным натурных измерений, что указывает на резонансный характер этих максимумов.

Представленная численная модель может быть применена при планировании размещения измерителей в натурных экспериментах, интерпретации и анализе результатов измерений, при подготовке сценариев вычислительных экспериментов по изучению резонансных колебаний с применением более сложных численных моделей: выбора вида и параметров внешнего воздействия, задания близких к резонансу начальных условий.

Исследование было частично поддержано Программой президиума РАН по разделу «Фундаментальные проблемы решения сложных практических задач с помощью суперкомпьютеров», проектом № 18-5-064 и проектом 0262-2018-0001. Численные результаты были получены с использованием оборудования ЦКП «Дальневосточный вычислительный ресурс» в ИАПУ ДВО РАН.

## Литература

1. Атлас залива Петра Великого и северо-западного берега Японского моря до бухты Соколовская (для маломерного флота). Владивосток. Гидрографическая служба КТОФ. 2003. 10 с., 31 лист карт.
2. Долгих Г.И., Долгих С.Г., Смирнов С.В., Чупин В.А., Швец В.А., Яковенко С.В. Инфразвуковые колебания Японского моря // Доклады Академии наук. 2011. Т. 441. № 1. С. 98–102.



3. Долгих Г.И., Будрин С.С., Долгих С.Г., Плотников А.А., Чупин В.А., Швец В.А., Яковенко С.В. Собственные колебания уровня воды в бухтах залива Посьета Японского моря // *Метеорология и гидрология*. 2016. № 8. С. 57–63.
4. Леонтьев А.П., Ярошук И.О., Смирнов С.В., Кошелева А.В., Пивоваров А.А., Самченко А.Н., Швырев А.Н. Пространственно-распределенный измерительный комплекс для мониторинга гидрофизических процессов на океаническом шельфе // *Приборы и техника эксперимента*. 2017. № 1. С. 128–135.
5. Смирнов С.В. О расчете сейшевых колебаний средней части залива Петра Великого // *Сибирский журнал вычислительной математики*. 2014. Т. 17. № 2 С. 203–216.
6. Смирнов С.В. О сейшевых колебаниях в заливе Находка // *Метеорология и гидрология*. 2016. № 1. С. 78-85.
7. Смирнов С.В., Ярошук И.О., Леонтьев А.П., Швырев А.Н., Пивоваров А.А., Самченко А.Н. Исследование резонансных колебаний в восточной части залива Посьета // *Метеорология и гидрология*. 2018. №2. С. 37–44.
8. Фролов А.В., Камаев Д.А., Мартыщенко В.А., Шершаков В.М. Опыт модернизации российской системы предупреждения о цунами // *Метеорология и гидрология*. 2012. № 6. С. 5–21.
9. Amante C., Eakins B.W. ETOPO1 1 Arc-Minute Global Relief Model: Procedures, Data Sources and Analysis. — Boulder, Colorado, USA. NOAA, National Geophysical Data Center. 2009. 19 p.
10. Demmel J.W., Gilbert J.R., Li X.S. An asynchronous parallel supernodal algorithm for sparse gaussian elimination // *SIAM J Matrix Anal & Appl*. 1999. Vol. 20. P. 915–952.
11. Flather R.A. A numerical model investigation of the storm surge of 31 January and 1 February 1953 in the North Sea // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 1984. Vol. 110. P. 591-612.
12. Rabinovich A.B. Seiches and Harbor Oscillations /In: *Handbook of Coastal and Ocean Engineering*, 2009. Chapter 9. P. 193–236.
13. Wilson B. W. Seiches /In: *Advances in Hydrosiences*, Ven Te Chow (ed.). N.-Y., Academic Press, 1972. Vol. 8. P. 1–94.

## References

1. Atlas of the Peter the Great Gulf and North Western Coast of the Sea of Japan to the Sokolovskaya Bay (for Small-size Vessels) Vladivostok. *Gidrograficheskaya Sluzhba KTOF*. 2003 10 p., 31 charts [in Russian].
2. Dolgikh G.I., Dolgikh S.G., Smirnov S.V., Chupin V.A., Shvets V.A., Yakovenko S.V. Infrasound oscillations in the Sea of Japan. *Doklady Earth Sciences*. 2011. Vol. 441. P. 1529–1532.
3. Dolgikh G.I., Budrin S.S., Dolgikh S.G., Plotnikov A.A., Chupin V.A., Shvets V.A., Yakovenko S.V. Free oscillations of water level in the Posyet Gulf bays (the Sea of Japan). *Russian Meteorology and Hydrology*. 2016. V. 41. P. 559–563.
4. Leontyev A.P., Yaroshchuk I.O., Smirnov S.V., Kosheleva A.V., Pivovarov A.A., Samchenko A.N., Shvyrev A.N. A Spatially Distributed Measuring Complex for

- Monitoring Hydrophysical Processes on the Ocean Shelf. Instruments and Experimental Techniques. 2017. V. 60. P. 130136.
5. Smirnov S.V. On Calculation of Seiche Oscillations of the Middle Part of the Peter the Great Gulf. Numerical Analysis and Applications. 2014. Vol. 7. P. 168179.
  6. Smirnov S.V. Seiche Oscillations in the Nakhodka Gulf. Russian Meteorology and Hydrology. 2016. V. 41. P. 57–62.
  7. Smirnov S.V., Yaroshchuk I.O., Leontyev A.P., Shvyrev A.N., Pivovarov A.A., Samchenko A.N. Studying Resonance Oscillations in the Eastern Part of the Posyet Bay. Russian Meteorology and Hydrology. 2018. Vol. 43, P. 88–94.
  8. Frolov A.V., Martyshchenko V.A., Kamaev D.A., Shershakov V.M. Experience of the Russian tsunami warning system updating. Russian Meteorology and Hydrology. 2012. Vol. 37. P. 357-368.
  9. Amante C., Eakins B.W. ETOPO1 1 Arc-Minute Global Relief Model: Procedures, Data Sources and Analysis. Boulder, Colorado, USA. NOAA, National Geophysical Data Center. 2009. 19 p.
  10. Demmel J.W., Gilbert J.R., Li X.S. An asynchronous parallel supernodal algorithm for sparse gaussian elimination. SIAM J Matrix Anal & Appl. 1999. Vol. 20.P. 915–952.
  11. Flather R.A. A numerical model investigation of the storm surge of 31 January and 1 February 1953 in the North Sea. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 1984. Vol. 110. P. 591-612.
  12. Rabinovich A.B. Seiches and Harbor Oscillations /In: Handbook of Coastal and Ocean Engineering, 2009. Chapter 9. P. 193–236.
  13. Wilson B.W. Seiches /In: Advances in Hydrosiences, Ven Te Chow (ed.). N.-Y., Academic Press. 1972. V. 8. P. 1–94.