

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ДАЛЬНЕВОСТОЧНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ТИХООКЕАНСКИЙ ОКЕАНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ИМ. В. И. ИЛЬЧЕВА



На правах рукописи

Будрин Сергей Сергеевич

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ МОДУЛЯЦИИ И  
ВОССТАНОВЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЕТРОВОГО  
ВОЛНЕНИЯ НА ОСНОВЕ ОБЩЕЙ ФУНКЦИИ ИЗМЕНЕНИЯ ПЕРИОДА

Специальность 1.6.17 - Океанология

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физ.-мат. наук

Научный руководитель  
Академик РАН, доктор физ.-мат. наук

Г.И. Долгих

Владивосток - 2022

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1 РАЗВИТИЕ И СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ.....	14
1.1 Развитие классической теории ветрового волнения.....	14
1.1.1 Основные уравнения динамики поверхностных волн..	19
1.2 Развитие теории генерации и прогнозирования поверхностного волнения.....	26
1.3 Современное состояние вопроса, волновые модели.....	30
1.4 Исследования модуляции короткопериодных волн на длинных волнах и эволюции волнового спектра.....	37
1.5 Выводы.....	39
ГЛАВА 2 СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ МОРСКОГО ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ.....	41
2.1 Введение.....	41
2.2 Лазерный измеритель вариаций давления гидросферы.....	41
2.3 Лазерный гидрофон.....	43
ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЧИВОСТИ ПЕРИОДА ВЕТРОВЫХ ВОЛН. ОБЩАЯ ФУНКЦИЯ.....	45
3.1 Общая функция изменения периода ветрового волнения.....	45
3.2 Выводы.....	57
ГЛАВА 4 МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ ЭФФЕКТОВ МОДУЛЯЦИИ ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ НА СЕЙШЕВЫХ И ПРИЛИВНЫХ КОЛЕБАНИЯХ.....	58
4.1 Метод исследования волновых модуляций.....	58
4.2 Модуляция волн зыби на приливных колебаниях, влияние вариаций скорости ветра и атмосферного давления на эффект модуляции.....	60

4.3 Модуляция ветровых волн и волн зыби на сейшевых колебаниях.....	64
4.4 Выводы.....	70
ГЛАВА 5 ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ .....	72
5.1 Восстановление пространственно-временного распределения основных характеристик ветрового волнения с помощью общей функции изменения периода для водоема конечной глубины в приближении мелкой воды .....	72
5.2 Восстановление пространственно-временного распределения основных характеристик ветрового волнения с помощью общей функции изменения периода для водоема конечной глубины в приближении глубокой воды.....	81
5.3 Выводы.....	88
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	89
ЛИТЕРАТУРА.....	92

*Работа посвящена исследованию общих закономерностей процессов изменения периодов ветрового волнения и волн зыби и исследованию процессов модуляции данного вида волн на длинных волнах. Представленные в работе результаты основаны на экспериментальных данных, полученных с помощью высокоточных приборов, построенных на современных лазерно-интерференционных методах. В результате обработки и анализа экспериментальных данных была выведена общая функция изменения периода ветровых волн и волн зыби, которая в должной мере может описывать и моделировать данные процессы. Разработан метод исследования процессов модуляции ветрового волнения и волн зыби на приливных и сейшевых колебаниях, с помощью которого выявлено несколько видов модуляций. Показано влияние процессов модуляции на спектр ветрового волнения. На основе общей функции, выведены выражения для расчета пространственно-временных распределений основных характеристик волнения для водоемов конечной глубины в приближении глубокой и мелкой воды. По экспериментальным данным произведены расчеты для пространственно-временных распределений амплитуд давления, создаваемых волнением, мгновенных значений горизонтальных и вертикальных скоростей, горизонтальных и вертикальных смещений частиц среды. Представлены графические материалы наглядно демонстрирующие результаты произведенных расчетов.*

## ВВЕДЕНИЕ

Волны в океанах и морях представляют собой распространяющиеся периодические колебания частиц воды около положения их равновесия. Наиболее легко поддаются наблюдению поверхностные волны, распространяющиеся по морской поверхности. Причины образования и условия распространения волн весьма разнообразны, поэтому их классифицируют по различным признакам, в зависимости от вызывающих их сил. Волны могут быть анемобарические, сейсмические, приливные, корабельные, но самым распространенным видом волн являются ветровые.

Существует несколько типов ветровых волн, одни из них возникают на поверхности моря при непосредственном воздействии ветра, при этом на поверхности моря образуются капиллярные волны (рябь). Они наблюдаются визуально при скорости ветра порядка 0,7 м/с и характеризуются высотой порядка 3-4 мм и длиной 40-50 мм. Их возникновение можно объяснить следующим образом. При действии ветра на неподвижную водную поверхность в приводном слое воздуха создается большой вертикальный градиент скорости ветра. Вследствие этого движение воздуха у самой поверхности воды становится неустойчивым и распадается на отдельные вихри с горизонтальными осями, перпендикулярными к направлению ветра. Вихри создают пульсационный ход давления над водной поверхностью, что и приводит к образованию первичных капиллярных волн. Дальнейшее воздействие ветра приводит к возрастанию амплитуды волны и ее переходу из капиллярной в гравитационную.

Наблюдаемое на поверхности моря значительное и сильное волнение в подавляющем большинстве случаев связано с циклонами. При перемещении циклонов вместе с ними смещается и поле волн. Если циклон достаточно глубок, и сила ветра достигает значительной величины, то при перемещении такого циклона в течение достаточно долгого времени над большими водными пространствами скорость волн в передней его части

может превзойти скорость перемещения самого циклона. Часто бывает и так, что сильный ветер, развивший ветровое волнение, стихает. Тогда эти ветровые волны превращаются в волны зыби. Однако, спустя некоторое время ветер снова усиливается, тогда при наличии зыби развитие нового ветрового волнения протекает гораздо быстрее и нужно значительно меньше времени, чтобы вновь появившийся ветер породил сильное ветровое волнение. Зыбь при своем распространении от циклона затухает, причем ее длина и скорость распространения изменяются. Наряду с зыбью от циклона распространяются волны значительно большей длины и периода, но очень малой высоты и поэтому не наблюдаемые визуально. Период таких волн, названных предвестниками зыби, достигает 1-2 мин, а скорость распространения 10000 - 15000 миль в сутки. Наблюдения за предвестниками зыби у побережья позволяют определять положение циклонов в океане. И все же, несмотря на множества наблюдений, одним из самых важных вопросов, связанных с ветровым волнением, которые остаются открытыми, является вопрос зарождения и дальнейшего их распространения.

### **Актуальность темы**

Ветровое волнение относится к числу важнейших параметров, характеризующих состояние поверхности морей и океанов. Поэтому информация о состоянии волнения затребована широким кругом потребителей, деятельность которых так или иначе связана с морем. В первую очередь данная информация важна для гражданского и рыбопромыслового флота, в последнее время важность прогнозов и информации о волнении приобретает в газовой и нефтяной отраслях, в связи с разработкой шельфовых месторождений и прокладкой нефтяных и газовых трубопроводов по дну моря.

Немаловажную роль волны зыби и ветровые волны оказывают на береговые линии. Ветровые режимы и волны ими вызываемые, влияют на

замкнутые морские экосистемы в прибрежных шельфовых областях, что в свою очередь может влиять на местный морской биом и марекультуры.

Прогноз и текущее состояние волнения важно для расчета прочности кораблей, расчета воздействия волн на гидротехнические и гражданские сооружения. В научном плане ценность представляет изучение ряда физических процессов в пограничном слое океана и атмосферы, таких как ветровые течения, обмен количеством движения и энергией между морем и атмосферой.

Наибольшую ценность для практического использования представляет прогноз экстремальных волн в отдельных районах Мирового океана. Для этого необходимо производить постоянный мониторинг основных характеристик поверхностного волнения. Совершенствовать методы мониторинга и развивать физико-математический аппарат для повышения точности прогнозирования опасных гидрофизических явлений. Это дает возможность принять своевременные меры по снижению рисков встречи со штормами и обеспечить безопасность морского судоходства и строительства.

Явление модуляции короткопериодных волн на длинных волнах, в настоящее время, имеет широкое применение в области бесконтактных методов мониторинга морской поверхности. В основном данные процессы используются при расшифровке радиолокационных данных, полученных со спутников, для восстановления профиля взволнованной поверхности. Особый интерес, в данных видах исследований, представляет изучение внутренних волн (ВВ). Распространяющиеся в океане внутренние волны проявляются на морской поверхности благодаря горизонтальным компонентам орбитальных скоростей вблизи поверхности, которые приводят к вариациям характеристик коротких ветровых волн.

Так же нельзя обойти тему воздействия различных видов волн на земную кору. Деформации верхнего слоя земной коры, вследствие нагружающего воздействия волновых процессов, в шельфовой зоне, могут

вносить существенный вклад в энергию деформационного поля земной коры зоны перехода атмосфера–гидросфера–литосфера, которые могут влиять на процессы подготовки и развития региональных землетрясений. В связи с этим важную роль играет комплексный мониторинг в прибрежных областях морей и океанов не только волновых морских процессов, но и литосферных деформаций, вызванных ими. Так же возникает потребность в простых и быстрых методах обработки и анализа полученных данных, позволяющих дать количественную оценку нагружающих воздействий на земную кору и предоставить полную информацию по основным гидрофизическим характеристикам волновых процессов. Зная пространственно-временное распределение основных характеристик поверхностного волнения можно рассчитывать и анализировать энергетические характеристики воздействия их на верхний слой земной коры и исследовать микросейсмические колебания, вызываемые ими.

### **Цели и задачи исследований**

Цель работы состоит в изучении особенностей распространения поверхностных ветровых волн и волн зыби, в частности эффекта изменения периода волнения, связанного с дисперсией, а также выявление общих закономерностей данного эффекта. Исследовать взаимодействие коротких и длинных волн и эффекты модуляции, возникающие при их взаимодействии. Кроме этого ставилась цель рассчитать и дать количественную оценку влияния данных процессов на пространственно-временные вариации основных гидрофизических характеристик поверхностного волнения, таких как давление, вертикальные и горизонтальные скорости и смещения частиц. В связи с вышесказанным, были поставлены следующие задачи:

1. По экспериментальным данным, полученным за несколько лет непрерывного мониторинга, найти и проанализировать участки на которых в явном виде присутствует эффект уменьшения периода волнения. По данным

участкам выявить общие закономерности изменения периода, обобщить их, вывести общую функцию изменения периода, которая в должной степени могла бы описывать данный процесс.

2. Разработать метод исследования процессов модуляции ветровых волн и волн зыби на приливных и сейшевых колебаниях, выделить основные виды модуляции при их взаимодействии.

3. С помощью общей функции изменения периода вывести выражения для восстановления по экспериментальным данным пространственно-временного распределения вариаций основных гидрофизических характеристик поверхностного волнения для водоема конечной глубины в приближении мелкой и глубокой воды.

### **Научная новизна**

Общая функция изменения периода волнения, была выведена по уникальным экспериментальным данным, полученным с помощью высокоточных приборов, построенных на лазерно-интерференционных методах. Современные волновые модели хоть и дают достаточно точные прогнозы и описания волновых процессов, но базируются на сложном математическом аппарате, а оптимизация алгоритмов расчета данных моделей хоть и совершенствуются, но по-прежнему оставляют желать лучшего. В связи с этим, главным преимуществом данной функции является простота в использовании и быстрота расчета.

Метод исследования эффектов модуляции волн зыби и ветровых волн на длинных волнах, основанный на регрессионном анализе и общей функции изменения периода, позволят выявлять и описывать модуляции волн зыби на приливных и сейшевых колебаниях. Данный метод применим не только для постобработки экспериментальных данных, но и может быть внедрен в системы анализа данных гидрофизических комплексов в режиме реального времени.

Выведены выражения для пространственно-временного распределения вариаций основных гидрофизических характеристик поверхностного волнения для водоема конечной глубины в приближении глубокой и мелкой воды, использующие общую функцию изменения периода. С помощью данных выражений, по экспериментальным данным, можно практически мгновенно восстанавливать пространственно-временное распределение гидрофизических величин, прогнозировать и моделировать данные распределения, вызываемые волновыми процессами.

**Достоверность результатов**, приведенных в диссертации, подтверждена путем многократного и тщательного проведения анализа и расчетов, проверки и апробации методов на экспериментальных данных, сравнения полученных результатов с литературными данными и модельно-теоретическими оценками.

### **Практическая значимость результатов**

Тема диссертационной работы соответствует одному из направлений работ в Тихоокеанском океанологическом институте им. В.И. Ильичева ДВО РАН по развитию методов и средств дистанционного исследования атмосферы, океана, литосферы и их взаимодействия, а научные результаты, изложенные в ней, получены при выполнении программ, проводимых ТОИ ДВО РАН: ФЦП «Мировой Океан», грантов РФФИ (03-05-65216 «Изучение законов генерации, динамики и трансформации инфразвуковых колебаний и волн в области переходных зон», № 06-05-64448-а «Энергообмен геосфер зон перехода», № 06-05-96040-р\_восток\_a «Комплексное изучение взаимодействия волновых полей геосфер на уровне фоновых колебаний», № 05-05-79165К «Организация и проведение экспедиции в пассивно-активном режиме на м. Шульца и на прилегающем шельфе по изучению взаимодействия геосфер»), грантов ДВО, ФЦНТП «Разработка технологии

раннего обнаружения предвестников опасных геодинамических процессов в береговой зоне России и способов защиты ее прибрежных территорий» (№ 2005-РП-13.4/001 III очередь).

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. По экспериментальным данным, полученным с помощью лазерных измерителей вариаций давления гидросферы, выявлены и описаны общие закономерности изменения периода ветрового волнения и волн зыби. На основе данных закономерностей выведена общая функция с высокой точностью описывающая процесс изменения периода волнения, связанный с дисперсией. Функция имеет преимущество в простоте расчетов и описания дисперсии волновых процессов, относительно ранее известных методов.

2. Разработанный метод исследования эффектов модуляции волн зыби и ветровых волн на длинных волнах, основанный на регрессионном анализе и общей функции изменения периода, позволят выявлять и описывать модуляции волн зыби на приливных и сейшевых колебаниях. Представленные выражения с высокой точностью описывают эффекты модуляции данного вида. Расширение спектра ветрового волнения и его дискретность непосредственно связаны с волновой дисперсией и модуляцией ветровых волн на сейшевых колебаниях. Амплитуда гармоник в спектре ветрового волнения зависит от индекса модуляции, а ширина спектра зависит от волновой дисперсии.

3. С помощью общей функции изменения периода, по экспериментальным данным, можно восстанавливать пространственно-временное распределение вариаций основных гидрофизических характеристик поверхностного волнения для водоемов конечной глубины в приближении мелкой и глубокой воды.

## **Публикации**

По теме диссертации опубликованы 6 статей в журналах, входящих в перечень российских и зарубежных рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук.

## **Объем работы**

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, включающего 105 наименования. Работа содержит 102 страниц текста, 4 таблицы и 40 рисунков.

Нумерация пунктов, формул и рисунков внутри глав сквозная. При этом используется двухуровневая система нумерации. То есть ссылка «Рисунок 3.1» означает, что это первый рисунок в третьей главе. Список литературы составлен в порядке упоминания ссылок в тексте диссертации.

## **Личный вклад автора**

Автор принимал участие в конструировании усовершенствований, внесенных в лазерные измерители вариаций давления гидросферы. Занимался обработкой экспериментальных данных, расчетами и созданием графического материала. Принимал активное участие в проведение экспериментальных работ. Анализ и интерпретация данных, представленных в работе, выполнена совместно с Г.И. Долгих.

## **Благодарности**

В написании данной работы мне очень помогли сотрудники лаборатории 2/1 «Физики Геосфер» ТОИ ДВО РАН, где я работаю. Со многими из них у меня есть общие работы в соавторстве. Самой неоценимой была помощь моего научного руководителя Долгих Григория Ивановича. Спасибо, уважаемые коллеги!

## ГЛАВА 1 РАЗВИТИЕ И СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ

### 1.1 Развитие классической теории поверхностного волнения

Многие результаты теории поверхностных волн уже можно считать классикой гидродинамики и отправной точкой в его изучении можно считать задачу о приспособлении жидкостей к действию силы тяжести. Данная задача была поставлена еще Архимедом в работе «О плавающих телах», но для решения ее было необходимо открытия законов движения и развития исчислений, которые появились только в 1686 году в работе И. Ньютона «Математические начала натуральной философии» [1]. К этому времени Б. Паскаль уже достаточно подробно описал законы гидростатики и природу сил давления, однако первым кто задумался о динамике процессов, происходящих в жидкости, был Л. Эйлер. Именно он в 1755 году [2] в работе об уравнении движения рассмотрел изменения, происходящие с элементом жидкости в процессе его движения, а также составил уравнение неразрывности и уравнение импульса.

Толчок в развитии классической теории поверхностного волнения начинается с решения вышеупомянутых уравнений в применении к практическим задачам. Одной из первых задач, решенных с помощью данных уравнений, была задача отклика океана и атмосферы на силу тяжести, в данной задаче рассматривалось равновесное состояние однородной жидкости постоянной глубины, свободная поверхность которой в начальный момент времени имела небольшое отклонение. Данная задача была рассмотрена в работе П. Лапласа «О волнах» [3], в результате рассмотрения было получено уравнение движения жидкости на вращающейся сфере под действием приливообразующих сил и выведено дисперсионное соотношение, которое показывает, что возмущение удаляются от области отклонения со скоростью, зависящей от кривизны поверхности жидкости [4].

Следствием этого соотношения является зависимость фазовой скорости от волнового числа, т.е. волны с разными длинами будут иметь разную фазовую скорость и таким образом будут разбегаться или диспергировать. В общем виде дисперсионное соотношение записывается как

$$\omega^2 = gk \cdot th(kh), \quad (1.1)$$

где  $h$  - глубина жидкости;  $k$  – волновое число;  $g$  – ускорение свободного падения.

В 1781 году Лагранж [5] провел аналогию между поверхностными волнами и двумерными звуковыми волнами малой амплитуды, в результате данной аналогии было получено волновое уравнение для поверхностных волн малой амплитуды при условии мелкой воды ( $kH \ll 1$ )

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right), \quad (1.2)$$

где  $c^2 = gH$  – скорость распространения волны для условий мелкой воды, а  $\xi$  – возвышение поверхности.

Система уравнений, описывающая форму волнового движения для бесконечной глубины, была получена Ф. Герстнером в 1809 году [6]. Герстнер изначально исходил из того, что частицы в волне движутся по окружности, в результате чего были получены уравнения движения в форме уравнений трохоиды.

Следующее развитие теория волн при условиях глубокой воды получила при рассмотрении волновых движений бесконечно малой амплитуды с незначительными отклонениями и скоростями. Решение данной задачи было получено А. Коши в 1815 году [7], он получил граничное условие для потенциала скорости  $\varphi(x, y, z)$

$$\left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_{z=0} = 0. \quad (1.3)$$

Теория волн малой амплитуды для условий мелкой воды была дополнена Г. Эйри в 1845 году [8]. Он исследовал распространение волн в канале прямоугольного сечения. Если высота волн была соизмерима с глубиной, то происходило изменение формы волны, это дало понять, что в прогрессивной волне различные части движутся с разными скоростями, в результате волна изменяет свою форму, становится неустойчивой и в результате разрушается. Данную идею подхватил Б. Риман [9] и установил, что скорости распространения вершин и впадин волн отличаются, это приводит к укрупнению переднего фронта волны.

Из общей теории волн малой амплитуды, можно отметить работу Дж. Г. Стокса «К теории осциллирующих волн» [10], который решая методом последовательных приближений уравнение движения, получил формулы для вычисления профиля волны. Волна Стокса описывается следующим уравнением:

$$\xi = a \cdot \cos(kx - \omega t) - \frac{1}{2} k a^2 \cos 2(kx - \omega t) + \frac{3}{8} k^2 a^3 \cos 3(kx - \omega t). \quad (1.4)$$

Следующий толчок в теоретических исследованиях поверхностного волнения был сделан при изучении явления «уединенной волны». Данное явление было впервые описано в 1844 году Дж. Расселом в его работе «Доклад о волнах» [11] в котором он описал результаты своих исследований. Из его наблюдений «уединенная волна» обладала следующими свойствами: волна движется с постоянной скоростью, не изменяя своей формы, скорость распространения зависит от глубины канала и высоты волны, уединенные волны проходят друг через друга без изменений формы. Дж. Стокс и Г. Эйри

подвергли резкой критике данную работу, так как из теории длинных волн на мелкой воде, выводы Дж. Рассела не получаются и волны данного типа не могут сохранять свою форму.

В результате противоречия между теорией длинных волн на мелкой воде и явлением уединенной волны были разрешены независимо друг от друга Дж. Бусинекисом [12] и Дж. Релеем [13], которые нашли аналитическую формулу для возвышения свободной поверхности на воде и вычислили скорость распространения уединенной волны. Они показали, что в теории Г. Эйри для мелкой воды не учитывается вертикальное ускорение, обусловленные дисперсией, а также не рассматриваются волны конечной амплитуды.

Обобщив метод Дж. Релея ученые Д.Д. Кортвега и Г. Де Вриз [14] в 1895 году вывели уравнение для длинных волн на мелкой воде, положив что амплитуда волны должна быть много меньше глубины бассейна, а длинна волны гораздо больше, чем внесли окончательную ясность в проблеме описания явления уединенной волны. Уравнение, полученное ими, имело следующий вид:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + c \left( 1 + \frac{3\xi}{2H} \right) \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{6} H^2 c \frac{\partial^3 \xi}{\partial x^3} = 0. \quad (1.5)$$

Решением данного уравнения является эллиптическая функция Якоби, которая при некоторых условиях переходит в гиперболический секанс, при этом период волны становится бесконечно большим, что и является случаем для уединенной волны, описанной Дж. Расселом. К сожалению описание процессов волнения данным уравнением справедливо только на определенном расстоянии от источника волнения и для лучшего описания необходима более точная математическая модель.

Все основные уравнения гидродинамики по своей сути являются не линейными и основной способ их решения сводился к нахождению частных

решений для определенных начальных условий. Таким образом следующий этап в развитии теории волнения произошел при создании нового метода решения нелинейных уравнений в частных производных. В 1967 году физики Дж. Грин, К. Гарднер и М. Крускал [15] при помощи созданного ими метода обратной задачи рассеяния показали, что уравнение Кортвега-де Вриза имеет решения абсолютно при всех начальных условиях.

В том же году Т. Бенжамену и Дж. Фейеру [16] теоретическими расчетами удалось показать, что из-за неустойчивости периодической волны на глубокой воде происходит разбитие волн на группы. Уравнение описывающее данный процесс было получено В.Е. Захаровым в 1968 году. Это уравнение описывает формирование групп волн по несколько десятков штук, при этом средняя волна в огибающей всей группы является самой большой, если же в группе оказывается слишком большое количество волн, то произойдет распад одной группы на несколько.

К сожалению, не смотря на развитие математического аппарата и новых методов решения нелинейных уравнений, решения для волн большой амплитуды оставалось достаточно затруднительным. В 1967 году в своей работе М. Лайтхилл [17, 18] рассмотрел волны максимальной амплитуды для условий глубокой воды и нашел критическое значение амплитуды волны  $a/\lambda=0.054$ , при которой неустойчивость из-за которой происходит группирование волн не наблюдается.

После этого теоретические исследования сводились к численным решениям и моделированию нелинейных волновых полей. В начале 1980-х наблюдается бурный прогресс в экспериментальных и численных исследованиях, в этом русле стоит упомянуть работы М. Лонге – Хиггинса [19, 20, 21], К. Хассельмана [22, 23], Е. Капони [24].

### 1.1.1 Основные уравнения динамики поверхностных волн

В данной работе не раз будут использоваться выводы из классических уравнений динамики поверхностных волн, поэтому необходимо проследить логику и последовательность решения гидродинамических уравнений.

Для решения задач в гидродинамике в первую очередь необходимо задать систему уравнений, которые по своей сути являются нелинейными. Обычно такими дифференциальными уравнениями являются уравнение неразрывности и уравнение движения. Рассмотрим правую прямоугольную систему координат, оси  $X$  и  $Y$  которой горизонтальны, а ось  $Z$  направлена вертикально вверх. Пусть  $u, v, \omega$  составляющие скоростей, направленные по осям  $X, Y, Z$  соответственно. Пренебрегая силой Кориолиса, распишем уравнение движения по трем осям системы координат:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + F_x, \quad (1.6)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + F_y, \quad (1.7)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + F_z. \quad (1.8)$$

Уравнение неразрывности в этом случае можно записать как

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0. \quad (1.9)$$

В уравнениях (1), (2), (3)  $F_x, F_y, F_z$  объемные силы, отличные от давления и силы тяжести, такими силами в нашем случае являются силы трения и вязкости, а полная производная  $d/dt$  может быть определена как:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + \omega \frac{\partial}{\partial z}. \quad (1.10)$$

Предположим, что силы трения и вязкости отсутствуют, тогда  $F_x = F_y = F_z = 0$ . Если рассматривать движение волны только в плоскости  $XZ$ , то все составляющие по оси  $Y$  будут равны нулю, т.е.  $v = 0$ ,  $\partial/\partial y = 0$ . Так же предположим, что амплитуды колебаний малы и членами высших порядков, которые описывают силы инерции, можно пренебречь. В результате можно перейти к частным производным, а уравнения движения и уравнение неразрывности принимают следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g, \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0. \quad (1.13)$$

Если принять, что свободная поверхность образована движущимися частицами, и отклонение частиц от среднего уровня обозначить как  $\eta$ , то

$$z = \eta. \quad (1.14)$$

Вертикальная скорость с учетом (1.12) принимает вид

$$\omega = \frac{\partial \eta}{\partial t}. \quad (1.15)$$

Так же можно считать, что силы поверхностного натяжения отсутствуют, а это означает, что при условии (1.14) давление на поверхности

жидкости равно атмосферному давлению  $P_a$ . Это условие можно записать как:

$$P = P_a . \quad (1.16)$$

Продифференцировав (1.11) по  $x$ , (1.12) по  $z$  и (1.13) по  $t$  получается следующее выражение:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0. \quad (1.17)$$

Давление, создаваемое на определенной глубине прогрессивными поверхностными волнами, складывается из нескольких составляющих: атмосферного давления  $P_a$ , гидростатического давления  $P_h$  на произвольной глубине  $h$  и динамической составляющей давления  $P_d$ .

Пусть ось  $Z$  будет направлена вверх, ось  $X$  направлена по движению простой гармонической волны. Тогда вариации давления на глубине  $z$  можно записать в виде:

$$P = P_a - g\rho z + P(z) \cos(\chi x - \sigma t), \quad (1.18)$$

где  $-g\rho z$  гидростатическая составляющая  $P_h$ ,  $P(z) \cos(\chi x - \sigma t)$  гармоническая волна давления с периодом  $T = 2\pi/\sigma$ , длиной волны  $\lambda = 2\pi/\chi$  и амплитудой  $P(z)$ , являющейся динамической составляющей давления  $P_d$ . Подставив (1.18) в (1.17) получим:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \chi^2 P = 0. \quad (1.19)$$

Данное выражение имеет решение в виде:

$$P(z) = Ae^{\chi z} + Be^{-\chi z}, \quad (1.20)$$

где  $A$  и  $B$  постоянные интегрирования.

Если принять, что глубина места в разы больше чем длина волны  $z \rightarrow \infty$ , то второе слагаемое из (1.20) будет стремиться к нулю, так как  $P(z) \rightarrow 0$ . Это означает, что на больших глубинах вариации давления, вызванные поверхностными волнами, незначительны. Следовательно, уравнение (1.18) принимает вид:

$$P = P_a - g\rho z + Ae^{\chi z} \cos(\chi x - \sigma t). \quad (1.21)$$

Пользуясь (1.13) и (1.14), становится ясно, что  $\chi$  и  $\sigma$  должны удовлетворять соотношению  $\sigma^2 = g/\chi$ . Отсюда можно записать выражение для скорости распространения волны:

$$c^2 = g\lambda/2\pi. \quad (1.22)$$

В (1.21)  $A$  это давление, созданное поверхностной волной амплитудой  $a$ , отсюда  $A = \rho g a$ . Используя выражения (1.11-1.14) можно найти все характеристики поверхностной волны:

$$\eta = a \cos(\chi x - \sigma t), \quad (1.23)$$

$$u = \sigma a^{\chi z} \cos(\chi x - \sigma t), \quad (1.24)$$

$$\omega = \sigma a^{\chi z} \sin(\chi x - \sigma t), \quad (1.25)$$

$$P = P_a - g\rho z + \rho g a e^{\chi z} \cos(\chi x - \sigma t), \quad (1.26)$$

где  $\eta$  отклонение поверхности от среднего уровня,  $u$  и  $\omega$  горизонтальная и вертикальная скорости частицы на глубине  $z$ . Смещения частиц  $\xi$  и  $\zeta$  можно найти из условий что  $\omega = \partial\zeta/\partial t$ , а  $u = \partial\xi/\partial t$ .

$$\xi = -a^{\chi z} \sin(\chi x - \sigma t), \quad (1.27)$$

$$\zeta = a^{\chi z} \cos(\chi x - \sigma t). \quad (1.28)$$

Пользуясь выражением (1.22) и соотношением  $c = \lambda/T$ , можно выразить скорость распространения и длину волны через период:

$$c = \frac{gT}{2\pi}, \quad \lambda = \frac{gT^2}{2\pi}. \quad (1.29)$$

Все вышеперечисленное, справедливо для условий глубокой воды, т.е.  $z \rightarrow \infty$ . Теперь будет рассматриваться случай, когда длина волны соизмерима с глубиной. Граничные условия для данного случая записываются следующим образом:

$$z = -h, \quad \omega = 0, \quad (1.30)$$

где  $h$  - глубина водоема,  $\omega$  - вертикальная составляющая скорости, которая уменьшается с глубиной, а при достижении глубины  $h$  превращается в ноль. Подставив  $P(z)$  в (1.19) и воспользовавшись граничными условиями (1.14) и (1.15), можно записать основные характеристики поверхностной волны для условий водоема конечной глубины [25].

$$\eta = a \cos(\chi x - \sigma t), \quad (1.31)$$

$$u = \sigma a \frac{\cosh[\chi(h+z)]}{\sinh(\chi h)} \cos(\chi x - \sigma t), \quad (1.32)$$

$$\omega = \sigma a \frac{\sinh[\chi(h+z)]}{\sinh(\chi h)} \sin(\chi x - \sigma t), \quad (1.33)$$

$$\xi = -a \frac{\cosh[\chi(h+z)]}{\sinh(\chi h)} \sin(\chi x - \sigma t), \quad (1.34)$$

$$\zeta = a \frac{\sinh[\chi(h+z)]}{\sinh(\chi h)} \cos(\chi x - \sigma t), \quad (1.35)$$

$$P = P_a - g\rho z + \rho g a \frac{\cosh[\chi(h+z)]}{\cosh(\chi h)} \cos(\chi x - \sigma t), \quad (1.36)$$

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right). \quad (1.37)$$

Выражение (1.37) есть ничто иное как дисперсионное соотношение для волн, распространяющихся по водоему конечной глубины. Рассмотрим два случая распространения. Первый случай это распространение волн на глубокой воде, если  $h > \lambda$ , тогда  $\tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \rightarrow 1$  и выражение (1.37) можно записать как

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \quad (1.38)$$

Второй случай это распространение волн на мелкой воде, если  $h < \lambda$ , тогда  $\tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \rightarrow 0$  и выражение (1.37) принимает вид

$$c^2 = gh. \quad (1.39)$$

Если соотношение  $\lambda/h < 2$ , это является условием глубокой воды и для расчетов можно пользоваться выражением (1.38). Если же  $\lambda/h > 20$ , то это условие мелкой воды и нужно использовать выражение (1.39), в промежуточных случаях используется выражение (1.37).

Ранее рассматривались волны амплитуды, которых гораздо меньше длины волны. Теперь допустим, что волна имеет конечную амплитуду, в связи с этим составляющие скорости в (1.11) и (1.12), с учетом выражения (1.9), должны быть записаны как полные производные по времени:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \omega \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (1.40)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial z}. \quad (1.41)$$

Граничное условие (1.15) при этом записывается следующим образом:

$$\omega = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x}. \quad (1.42)$$

Уравнения данного вида являются не линейными и могут быть решены методом последовательного приближения. При решении с точностью до второго порядка выражения (1.31) и (1.36) принимают вид:

$$\eta = a \cos(\chi x - \sigma t) + \frac{1}{2} \chi a^2 \cos[2(\chi x - \sigma t)], \quad (1.43)$$

$$P = P_a - g\rho z + \rho g \{ a e^{\chi z} \cos(\chi x - \sigma t) + \frac{1}{2} a^2 e^{\chi z} \cos[2(\chi x - \sigma t)] \}. \quad (1.44)$$

Из (1.43) и (1.44) видно, что профиль волны уже не является чисто гармоническим, а приобретает вторую гармонику вида  $\cos[2(\chi x - \sigma t)]$ . Таким образом волна становится не симметричной, а при учете членов третьего порядка и выше, асимметрия в волне растет.

## 1.2 Развитие теории генерации и прогнозирования поверхностного волнения

Одной из отправных точек в развитии исследования и прогнозирования ветрового волнения стало опубликование в 1935 г. работы В.М. Маккавеева [26], который научно обосновал механизмы роста и затухания ветровых волн на основе закона сохранения энергии, согласно которому изменение энергии всякой механической системы равно работе внешних сил за вычетом работы внутренних сил, сопротивления и диссипации энергии. Этот закон записан в виде дифференциального уравнения, получившего название уравнения Маккавеева.

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial(U_x \cdot E)}{\partial x} = M_V + E_\mu, \quad (1.45)$$

где  $E$  – энергия в единичном объеме жидкости;  $U_x$  – скорость переноса волновой энергии вдоль оси  $x$ ;  $M_V$  – количество энергии, поступающей от ветра к волнам;  $E_\mu$  – количество энергии, теряемой в результате процессов диссипации;  $t$  – время;  $x$  – координата, вдоль которой распространяются волны.

Величины  $E$ ,  $U_x$ ,  $M_V$ ,  $E_\mu$  - выражаются через высоту и длину волны, или другой элемент волны, связанный с длиной соотношениями из классической теории волн. Таким образом в данном уравнении есть две неизвестных величины, которые нужно связывать между собой уравнением из классической теории волн. Данное уравнение послужило толчком для множества методов расчета и прогнозирования волн в зависимости от волнообразующих факторов.

Дальнейшее развитие подход Маккавеева получил при рассмотрении его относительно спектрального подхода к описанию взволнованной поверхности. В 50-х годах Пирсон и Лонге-Хиггинс сформулировали, что

взволнованная поверхность моря есть случайная движущаяся поверхность и к ней применимы все выводы теории вероятности и статистики. Так же было установлено, что ветровое волнение можно рассматривать как квазистационарный процесс гауссова типа, обладающий эргодическим свойством. Этот процесс полностью описывается функцией распределения, двумерной корреляционной функцией и двумерным спектром, определяющим распределение энергии по частоте и направлению распространения спектральных составляющих. Последние две функции связаны между собой преобразованием Фурье.

Исходя из спектрального представления морского волнения, в 1952 году Пирсон и Нейман [27] сделали попытку объединить гидродинамику, энергетику, статистику и спектральный анализ в единый метод расчета параметров волн. Данный подход сводится к определению спектра волнения и решению системы большого количества дифференциальных уравнений типа Маккавеева, включающих три основных члена, описывающих передачу энергии ветра волнам, слабонелинейные взаимодействия между спектральными составляющими и диссипацию энергии волн за счет их обрушения и трения о дно.

С развитием инструментальных методов измерения морского волнения, позволяющих получать непрерывные записи волновых колебаний, были установлены важные статистические закономерности развития и распространения морского поверхностного ветрового волнения. Было установлено, что, несмотря на большое разнообразие волн, их статистические характеристики являются устойчивыми.

Большой вклад в развитие теории и прогнозирования морского волнения, сделали исследования физики процесса генерации ветровых волн. Первая теория, использующая реалистические физические соображения, была предложена Джеффрисом в 1924 г [28]. В этой теории не рассматривалось возникновение волн на первоначально плоской поверхности, предполагалось что волны малой амплитуды уже есть.

Анализировалось как они будут расти, извлекая энергию из ветра, дующего над поверхностью с постоянной силой на некотором расстоянии от поверхности. При этом поток воздуха будет обтекать волновой профиль и в его подветренной части будет происходить срыв потока, в результате чего будет возникать вихревое движение и область пониженного давления. Таким образом между наветренными и подветренными сторонами волнового профиля возникает разность давлений, в результате чего поток воздуха может передавать энергию волнам. Но не вся энергия переходит к волнам, часть ее теряется за счет вязкой диссипации, отсюда вытекает важное условие: волны растут только в том случае, когда скорость передачи энергии превышает скорость диссипации. В данной теории был приведен параметр волнового сопротивления, соответствующий силе трения для ветра, действующего на поверхность моря, при этом данный параметр должен был определяться эмпирически. Однако наблюдаемые значения скорости роста волн были таковы, что требовали на порядок больших значений волнового сопротивления чем давали экспериментальные данные. Предположение о срыве потока на небольших по высоте волнах казалась сомнительной, а сама теория не совпадала с количественными экспериментальными оценками.

Следующим был Эккарт [29], предложивший в 1953 году теорию генерации волн на плоской поверхности воды под действием турбулентных флуктуаций давления в воздушном потоке. Данная теория позволила связать высоту волн с амплитудой флуктуаций давления, обусловленных порывами ветра. Однако реальные флуктуации давления были на порядок меньше чем те, что требовались для генерации волн наблюдаемой амплитуды.

В 1957 году Филлипс [30, 31] описал резонансный механизм генерации волн, в котором вводится случайно меняющееся распределение флуктуаций давления, медленно меняющегося по ветру. Согласно данной гипотезе волны создаются нормальными силами давления и резонанс возникает если горизонтальный масштаб флуктуаций сравним с длиной волны, а скорость их перемещения сравнима со скоростью распространения

волны. Скорость передачи энергии при этом пропорциональна амплитуде флуктуаций давления и при постоянной средней интенсивности флуктуации давления рост энергии имеет линейный характер.

В этом же году Майлз [32, 33] описал механизм неустойчивости, который имел много общего с теорией Джеффиса за исключением того, что воздушный поток возмущается над волной, возмущая тем самым флуктуации давления, которые в свою очередь передают энергию волне. В данном механизме удалось вычислить скорость передачи энергии и оказалось, что эта скорость пропорциональна амплитуде волны, а наличие такой обратной связи приводит к тому, что при постоянной средней скорости ветра энергия волны экспоненциально растет. В своей следующей работе Майлз объединил резонансный механизм Филлипса и механизм неустойчивости в одну теорию. Когда ветер начинает дуть над спокойным морем вначале действует резонансный механизм, обеспечивая линейное нарастание энергии волны. По мере того как волны увеличиваются более важным становится механизм неустойчивости, и энергия волн начинает возрастать экспоненциально. На данный момент это является наиболее точным механизмом, описывающим механизм генерации ветровых поверхностных волн. Объединение всех этих результатов позволило создать теорию генерации волн турбулентным ветровым потоком, объясняющую, почему ветровое волнение носит вероятностный характер [34, 35]. Основой этой теории послужило уравнение баланса спектральной энергии волн, предложенное независимо друг от друга Желси, Казале и Вассалем (1956). Оно имеет вид:

$$\frac{\partial S(\omega, \theta, \vec{x}, t)}{\partial t} + \vec{V}(\omega, \theta) \cdot \nabla S = G(\omega, \theta, \vec{x}, t), \quad (1.46)$$

где  $\omega$  и  $\theta$  – частота и направление распространения спектральной составляющей;  $S(\omega, \theta, \vec{x}, t)$  - двумерный спектр энергии в точке с векторной координатой  $\vec{x}$  в момент времени  $t$ ;  $\vec{V}(\omega, \theta)$  - групповая скорость

спектральных составляющих;  $G(\omega, \theta, \vec{x}, t)$  - функция, описывающая изменение спектральной энергии  $S$  в результате передачи энергии от ветра к волнам и ее диссипации;  $\nabla$  - оператор, равный  $\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}$ . В том случае, если нелинейные взаимодействия слабы, функцию  $G$  записывают в виде

$$G \cong \alpha + \beta S, \quad (1.47)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – параметры, зависящие от скорости ветра и описывающие два различных механизма передачи энергии, в результате действия которых спектральная плотность энергии возрастает соответственно линейному (механизм Филлипса) и экспоненциальному (механизм Майлза) закону.

### 1.3 Современное состояние вопроса, волновые модели

Как было сказано выше, процесс генерации и развития волн при взаимодействии ветрового потока с волнением можно рассматривать следующим образом. На поверхности моря под действием ветра появляются волны, они имеют большую крутизну и малую скорость движения, при этом сопротивление ветровому потоку будет максимальным и энергия от ветрового потока к волнам передается наиболее интенсивно. При достаточно длительном воздействии ветра высота волны увеличивается, сама волна становится более пологой, фазовая скорость растет, что приводит к улучшению обтекаемости воздушным потоком. Данные особенности ветрового волнения хорошо объясняются в рамках современных представлений о механизме генерации волн. В настоящее время в океанологии применяются множество моделей для расчета волновых полей, в основном, которые состоят из нескольких основных блоков: атмосферного и волнового. Первый определяет воздействие ветра на поверхность моря, второй – реакцию поверхностного слоя моря на это воздействие. В третьем

блоке учитывается воздействие взволнованной поверхности моря на приводный воздушный поток (обратная связь). Так как в ранних теоретических работах Филлипса и Майлза предлагалось брать данные о ветре на стандартной высоте 10 м и нормировать ее на динамическую скорость, что позволяет более точно учитывать нелинейный характер взаимодействия между ветром и волнами, существует еще один специальный блок динамического приводного слоя, с помощью которого можно перейти от ветра на высоте 10 метров к динамической составляющей скорости.

В настоящее время в мире существует несколько самых распространенных моделей, применяемых для расчета и прогнозирования ветрового поверхностного волнения: спектрально-параметрическую модель волнения 2-го поколения AARI-PD2 [36, 37, 38], дискретные модели 3-го поколения WAM [39, 40, 41, 42], WAVEWATCH [43-47] и SWAN [48, 49], предназначенная специально для расчетов ветрового волнения в мелководных районах.

**Дискретная спектральная модель WAM** разработана международной группой ученых WAMDI (Wave Modeling Group) в 1988 г. под руководством К. Хассельманна. Модель WAM основана на численном интегрировании уравнения переноса спектральной энергии. Модель была внедрена в оперативную практику в июне 1992 г. и постоянно совершенствуется [50, 51, 52, 53].

Как было сказано выше, модель WAM основана на решении уравнения баланса спектральной энергии, которое имеет следующий вид:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = C_{gx} \frac{\partial S}{\partial x} + C_{gy} \frac{\partial S}{\partial y} = G(\omega, \theta, x, t, s), \quad (1.48)$$

где  $S = S(\omega, \theta, x, y, t)$  - функция спектральной плотности;  $C_{gx}, C_{gy}$  - проекции вектора групповой скорости  $C_g$  на оси  $x$  и  $y$ ;  $\theta$  - угол между вектором  $C_g$  и осью  $x$ ;  $G$  - функция источника, которая записывается следующим образом:

$$G = G_{in} + G_{nl} + G_{dis} , \quad (1.49)$$

где  $G_{in}$  - описывает поступление энергии от ветра;  $G_{nl}$  - описывает межволновые слабонелинейные взаимодействия;  $G_{dis}$  - описывает диссипацию волновой энергии.

Член, описывающий передачу энергии ветра к волнам взят из экспериментальных работ Снайдера и Кокса [54, 55].

$$G_{in} = \gamma \frac{S(\omega, \theta)}{\omega} . \quad (1.50)$$

Член нелинейного взаимодействия между волнами записывается как

$$G_{nl} = -C_{ds} \langle \omega \rangle (\langle k^2 \rangle m_0)^2 \left[ \frac{(1 - \delta)^k}{\langle k \rangle} + \delta \left( \frac{k}{\langle k \rangle} \right)^2 \right] \cdot \frac{S(\omega, \theta)}{\omega} . \quad (1.51)$$

Член диссипации записывается согласно модели Хассельмана, доработанной Г. Коменном.

$$G_{dis}(\sigma, \beta) = c_1 \bar{\sigma} \left( \frac{\sigma}{\bar{\sigma}} \right)^n \left( \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_{pm}} \right)^m S(\sigma, \beta) . \quad (1.52)$$

При численной реализации модели WAM спектр разбивается на два участка: прогностический, охватывающий область максимума спектра и его низкочастотную область, и диагностический, описывающий высокочастотный «хвост» спектра. При этом на величину спектра второго участка накладываются два условия. Первое состоит в том, что, начиная с некоторой частоты спектральная плотность энергии задается зависимостью

$S(\omega) \approx \omega^{-5}$ . Второе условие требует, чтобы скорость эволюции спектральной плотности волновой энергии не превышала следующего значения:

$$G(S, \omega, \beta) = \text{sign}(G(S, \omega, \beta)) \cdot \min(|G|, G_{max}), \quad (1.53)$$

где  $G_{max} = 0,62 \cdot 10^{-4} f^{-5}$ .

В модели учитывается рефракция, трение о дно, а функция слабонелинейного переноса энергии включает поправку, учитывающую изменение слабонелинейного взаимодействия волн в бассейне конечной глубины.

**Модель WAVEWATCH** разработана в Национальном центре океанического моделирования США (NCEP) Г. Толманом и др. В основу модели положено численное решение уравнения плотности действия

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial(C_x, N)}{\partial x} + \frac{\partial(C_y, N)}{\partial y} + \frac{\partial(C_\omega, N)}{\partial \omega} + \frac{\partial(C_\theta, N)}{\partial \theta} = \frac{G}{\omega}, \quad (1.54)$$

где  $N = S(G, \theta) / \omega$ ;  $C_x, C_y, C_\omega, C_\theta$  – составляющие групповой скорости.

Функция источника  $G$  представлена теми же тремя компонентами, что и в модели WAM.

Член, описывающий передачу энергии ветра к волнам записывается в виде:

$$G_{in}(k, \theta) = C_{in} \frac{\rho_a}{\rho_w} \max \left[ 0, \left( \frac{28u}{c} \cos(\theta - \theta_w) - 1 \right) \right] \cdot \omega N(k, \theta), \quad (1.55)$$

где  $C_{in} = 0,25$ ;  $c = \omega/k$  – фазовая скорость волны;  $\theta_w$  – направление ветра. Динамическая скорость  $u$  связана со скоростью ветра на высоте 10 м соотношением

$$u = W_{10} \sqrt{(0.8 + 0.065W_{10}) \cdot 10^3} , \quad (1.56)$$

Член диссипации энергии записывается как

$$G_{dis}(k, \theta) = C_{dis} \bar{\omega} \frac{k}{k} \left( \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_{pm}} \right)^2 N(k, \theta) . \quad (1.57)$$

Член межволнового слабонелинейного взаимодействия определяется так же, как и в модели WAM.

В модели WAVEWATCH используется более совершенная численная схема решения уравнения баланса волновой энергии, чем в модели WAM. Входными данными модели являются поля скорости и направления ветра, глубина моря, заданная в узлах сеточной области, уровень, скорость течений и сплоченность льда. При этом обязательными параметрами являются скорость и направление ветра, глубина моря. Выходными данными модели являются 16 параметров, из которых можно выделить высоту волны, среднюю длину волны, средний период, среднее направление распространения волн и частоту пика спектра. Расчеты можно проводить как с нулевыми начальными условиями, так и с использованием данных диагностического расчета.

**Модель SWAN** была создана в Дельфтском технологическом институте (Нидерланды). Модель предназначена для расчета волн в мелководных прибрежных районах. Функция источника  $G$  в этой модели представлена теми же тремя компонентами, что и в модели WAM, но с более или менее значительными отличиями в части, касающейся диссипации энергии волн на мелководье. Модель SWAN дает наилучшие результаты только в том случае, когда она используется совместно с моделью волнения на глубокой воде.

Модель SWAN основана на том же уравнении что и модель WAVEWATCH, но с поправками для условий мелкой воды. Данные поправки в основном касаются таких параметров как значительная высота волн  $h_{sh}$ , средний период  $\bar{T}$  и длина волны  $L$ . В данной модели они определяются следующим образом:

$$h_{sh} = 4 \sqrt{\iiint E(\omega, \theta) d\omega d\theta} , \quad (1.58)$$

$$\bar{T} = 2\pi \frac{\iint E(\omega, \theta) d\omega d\theta}{\iint \omega E(\omega, \theta) d\omega d\theta} , \quad (1.59)$$

$$L = 2\pi \frac{\int k^{p-1} E(\omega, \theta) d\omega d\theta}{\int k^p E(\omega, \theta) d\omega d\theta} , \quad (1.60)$$

где  $E(\omega, \theta)$  – спектр плотности.

**Спектрально-параметрическая модель AARI-PD2** была разработана сначала в Санкт-Петербургском отделении Государственного океанографического института под руководством И.Н. Давидана, а затем усовершенствована в Арктическом и Антарктическом научно-исследовательском институте (ФГБУ «АНИИ») [56, 57, 58]. Модель основывается на гипотезе Хассельмана о существовании устойчивой формы спектра ветрового волнения, контролируемой слабонелинейными взаимодействиями волн и состоит из трех блоков: параметрической модели ветрового волнения, которая описывается тремя параметрами: частотой спектрального пика, нулевым моментом спектра и генеральным направлением распространения волн, спектральной модели эволюции зыби и блока взаимодействия между ветровыми волнами и зыбью.

Данная модель основана на уравнении баланса волновой энергии, которое при помощи интегральных операторов можно преобразовать в систему нелинейных дифференциальных уравнений относительно

параметров спектра ветровых волн: нулевого момента  $m_0$ , частоты спектрального максимума  $\omega_{max}$  и генерального направления распространения волн  $\theta$ .

$$\frac{\partial m_0}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial m_0}{\partial x} \cos(\bar{\theta}) + \alpha_1 \frac{\partial m_0}{\partial x} \sin(\bar{\theta}) = G_1 , \quad (1.61)$$

$$\frac{\partial m_0}{\partial t} + \alpha_2 \frac{\partial m_0}{\partial x} \cos(\bar{\theta}) + \alpha_2 \frac{\partial m_0}{\partial x} \sin(\bar{\theta}) = G_2 , \quad (1.62)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \beta_1 \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} \cos(\bar{\theta}) + \beta_1 \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} \sin(\bar{\theta}) = G_3 . \quad (1.63)$$

В данной системе уравнений  $G_1$ ,  $G_2$  и  $G_3$ , есть ничто иное как три компоненты источника, при этом главным плюсом модели является то что она использует эмпирические соотношения для описания этих компонент, что в свою очередь позволяет ускорить вычисления. Выражения для этих компонент выглядят следующим образом:

$$G_1 = \frac{1.23 \cdot 10^{-6} g u^{-1} m_0 [\operatorname{arctch}(0.017 m_0^{0.5} g u^{-2})]^{-0.4144}}{\operatorname{sh}[2 \operatorname{arccth}(0.017 m_0^{0.5} g u^{-2})]} , \quad (1.64)$$

$$G_2 = \frac{2.05 \cdot 10^{-10} g^2 u^2 [\operatorname{arccth}(100 \omega_m u g^{-1})]^{-1.358}}{\operatorname{sh}^2[\operatorname{arccth}(100 \omega_m u g^{-1})]} , \quad (1.65)$$

$$G_3 = 1.21 \cdot 10^{-5} g^{-1.5} u_{10}^{1.5} \omega_m^{2.5} \sin(\theta_u - \theta) . \quad (1.66)$$

Результаты прогноза волнения включают данные по частотно-направленным спектрам ветровых волн, зыби, смешанного волнения, а также данные о средней высоте, среднему периоду и генеральному направлению распространения ветровых, волн зыби и смешанного волнения. Спектрально-параметрическая модель включает также модуль расчета трансформации волн на мелководье на основе модели SWAN. Входными данными для расчета трансформации волн на мелководье служит частотно-направленный

спектр, являющийся результатом расчета волн на глубокой воде, данных батиметрии и распределения ветра в зоне мелководья.

#### **1.4 Исследования модуляции короткопериодных волн на длинных волнах и эволюции волнового спектра**

Явление модуляции короткопериодных волн на длинных волнах, в настоящее время, имеет широкое применение в области бесконтактных методах мониторинга морской поверхности. В основном данные процессы исследуются при космическом мониторинге путем анализа оптических [59; 60] и радиолокационных изображений [61, 62], получаемых со спутников для восстановления структуры взволнованной морской поверхности. При анализе радиолокационных изображений используется двух масштабная модель морской поверхности. Влияние коротких волн учитывают в рамках Брегговского механизма рассеяния, а влияние крупномасштабной компоненты - изменением наклона поверхности. В результате мелкомасштабная компонента волнения оказывается ответственной за обратное рассеяние радиолокационных сигналов, а крупномасштабная – за пространственную модуляцию рассеянных сигналов [63, 64].

Особый интерес, при дистанционном зондировании морей и океанов, представляет изучение внутренних волн [65], полей течений [66, 67], а также антропогенных воздействий на водную среду [68]. Распространяющиеся в океане внутренние волны проявляются на морской поверхности благодаря горизонтальным компонентам орбитальных скоростей вблизи поверхности, которые приводят к вариациям характеристик коротких ветровых волн. Таким образом на морской поверхности внутренних волн проявляются в виде полос и пятен с повышенной (сулой) и пониженной (сликом) интенсивностью коротких гравитационных волн [69- 71]. При этом эффект модуляции может происходить в широком спектре ветрового волнения. Модуляция волн ветрового диапазона может быть описана и объяснена в рамках

кинематического механизма [72], однако существуют и другие теории [73, 74]. Так в [75] предложена модель в качестве механизма которой предложен эффект модуляции инкремента, вызванный вариацией поля скорости ветра над водной поверхностью, на котором присутствует поле течений, созданных внутренних волн. Эффект модуляции ветрового инкремента активно обсуждается в настоящее время [76].

Существует множество работ и исследований, посвященных модуляции инфрагравитационных волн. Так в [77] приводятся результаты исследований изменения длины коротких инфрагравитационных волн при движении по поверхности более длинных волн. В [78] строго вычислены изменения длины волны и амплитуды коротковолнового процесса, принимая во внимание нелинейные взаимодействия между двумя волновыми процессами. Изменение энергии коротких волн при этом, соответствует работе более длинных волн против радиационного напряжения коротких волн, которое ранее было упущено. Под радиационным напряжением волн понимается избыток потока импульса, вызванного ветровыми, а точнее их нелинейностью. В работе [79] по натурным данным и численным моделям морских поверхностных гравитационных волн показывается, что в прибрежной зоне при нелинейном взаимодействии волна-волна происходит передача энергии от низкочастотных длинных волн назад к более высокочастотным движениям. Это объясняет приливную модуляцию энергии инфрагравитационных волн, наблюдаемую в записях придонного давления на южном шельфе о. Сахалин.

Интересен вопрос и о эволюции спектра ветрового волнения, который имеет множество механизмов. Так в [80, 81] описывается механизм изменения волнового спектра при выходе волн на отмель при этом, из-за нелинейных взаимодействий с дном происходит понижение частоты волнового процесса. В [82] представлены численные и экспериментальные исследования процесса нелинейного переноса энергии между двумя основными спектральными пиками, обусловленными механизмом

дисперсионной фокусировки, который играет наибольшую роль чем линейная суперпозиция.

Так же необходимо отметить участие эффектов модуляции при возникновении волн убийц. Так в [83] говорится, что волны-убийцы (экстремальные волны) закономерно возникают в результате эволюции спектрально узких пакетов гравитационных волн. Можно сказать, что волны-убийцы есть нелинейная стадия модуляционной неустойчивости. В [84] было решено уравнение Эйлера для жидкости со свободной поверхностью на глубокой воде. Периодические и граничные условия создавались в виде волны Стокса, которая была слегка промодулирована низкой частотой ( $10^{-5}$ ). Такая волна при этом неустойчива и модуляция со временем должна возрастать, порождая тем самым экстремально высокую волну.

## 1.5 Выводы

В данной главе представлены существующие методы описания и прогнозирования волновых процессов, а также история их развития и становления. Классические гидродинамические методы описания, в связи со своей распространенности и проработанности, имеют неоспоримое преимущество в своей простоте, однако не учитывают множество нелинейных эффектов, что влияет на точность расчетов. Однако в частных случаях, где точность не является главным критерием, показывают себя очень хорошо.

Нелинейные гидродинамические уравнения могут учитывать множество факторов влияющих на распространение поверхностных волн, таких как диссипация, рефракция, силы поверхностного натяжения и т. д., но при всей развитости математического аппарата, предназначенного для решений уравнений данного вида, требуются большие вычислительные мощности.

Описанные волновые модели имеют как плюсы, так и минусы. Практика показала, что модели, которые учитывают больше физических факторов и имеющие более совершенную математическую модель, дают наилучшие результаты в описании и прогнозировании волновых процессов. Минусом является привередливость модели к качеству данных, предоставляемых для расчета, а также сложность расчетов, которые предъявляют высокие требования к вычислительным комплексам. Если приведенные выше требования не выполняются, то преимущество в точности описания и прогнозов за счет применения более совершенных моделей не реализуется.

## **ГЛАВА 2 СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ**

### **2.1 Введение**

Физические процессы, затронутые в данной работе, имеют низкочастотный характер (от 80 до 500 мГц) и могут обладать большим динамическим диапазоном. На данный момент, далеко не все океанологическое оборудование может регистрировать такие процессы. Таким образом, очевидна необходимость в поиске новых подходов при разработке измерительной аппаратуры для волновых полей гидросферы.

Благодаря высокой точности особый интерес вызывают современные лазерно-интерференционные методы [85, 86]. Именно поэтому в данной работе для измерений основных характеристик ветрового волнения были использованы: лазерный измеритель вариаций давления гидросферы [87-89] и лазерный гидрофон [90, 91]. Оба прибора входят в состав лазерно-интерференционного аппаратно-программного комплекса [92-97], предназначенного для изучения закономерностей возникновения, развития и трансформации геосферных процессов инфразвукового диапазона на границе раздела системы «атмосфера-гидросфера-литосфера». Все экспериментальные данные рассматриваемые в этой работе были получены с вышеуказанных приборов, которые в течении 2010, 2012 и 2013 г. производили непрерывные измерения на различных глубинах на шельфе Японского моря.

### **2.2 Лазерный измеритель вариаций давления гидросферы**

Лазерный измеритель вариаций давления гидросферы построен на базе модифицированного интерферометра Майкельсона, в котором в качестве источника излучения применён гелий-неоновый частотно

стабилизированный лазер. Оптическая схема и устройство лазерного измерителя вариаций давления гидросферы приведена ниже.

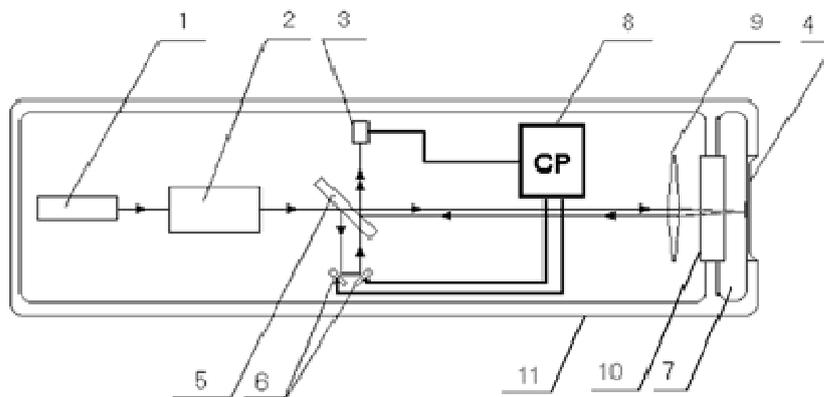


Рисунок 2.1 - Оптическая схема и устройство лазерного измерителя вариаций давления гидросферы. 1 - лазер, 2 - оптический затвор и коллиматор, 3 - фотодиод, 4 - мембрана с наклеенным зеркалом, 5 - полупрозрачная плоскопараллельная пластина, 6 - плоскопараллельные юстировочные зеркала на пьезокерамических цилиндрах, 7 - компенсационная камера, 8 - система регистрации, 9 - линза, 10 - плоскопараллельная пластина, 11 - герметичный корпус прибора.

Луч гелий-неонового лазера (1) проходит через оптический затвор (2) и попадает на полупрозрачную плоскопараллельную пластину (5), при этом разделяясь на два луча, опорный и измерительный. Измерительный луч попадает в отражающую систему «глаз кошки», состоящую из линзы (9), которая фокусирует его на зеркале, приклеенном на плоскую мембрану (4). Обратная сторона мембраны непосредственно контактирует с морской водой. Отразившись от зеркала на мембране, луч вновь попадает на линзу, которая посылает его на плоскопараллельную пластину, где он сбивается с опорным лучом. Лучи образуют интерференционную картину, которая попадает на фотодиод (3).

Внешнее воздействие на мембрану с закрепленным на ней зеркалом (4) заставляет ее центр сместиться относительно состояния равновесия. Смещение центра мембраны вызывает изменение оптического пути измерительного плеча, вследствие чего интерференционная картина отклоняется от своего максимума. Система регистрации (8), за счет подачи

напряжения на пьезокерамические цилиндры (б), изменяет оптический ход опорного луча, компенсируя при этом изменения в оптическом пути измерительного луча, тем самым удерживая интерференционную картину в максимуме. Если же линейного расширения пьезокерамического цилиндра недостаточно для компенсации, система регистрации переходит на соседний максимум интерференционной картины, тем самым достигается широкий динамический диапазон, ограниченный лишь свойствами мембраны. Выходным сигналом данной системы, является величина смещения центра мембраны, которая пропорциональна внешнему избыточному давлению. Лазерный измеритель вариаций давления гидросферы способен регистрировать изменения гидростатического давления с точностью 0,45 мПа в частотном диапазоне от 0 до 1000 Гц, при этом динамический диапазон измерений зависит только от механических свойств мембраны.

### **2.3 Лазерный гидрофон**

Лазерный измеритель вариации давления гидросферы хоть и обладает многочисленными плюсами, но за время его эксплуатации были выявлены и некоторые недостатки. В числе первых и самых главных недостатков нужно отметить его большие габариты и вес, что создает некоторые трудности в постановке и работе с ним. Так же немаловажным недостатком является высокая стоимость основного источника излучения, который при частой эксплуатации зачастую выходит из строя. С учетом всего вышеперечисленного, в 2001 году, началась разработка лазерного гидрофона, к которому предъявлялись более высокие эксплуатационные требования. Лазерный гидрофон, как и его предшественник построен на базе модифицированного интерферометра Майкельсона. В связи с уменьшением габаритов прибора, оптическая схема претерпела некоторые изменения, о которых будет сказано ниже, а за место дорогостоящего гелий-неонового лазера, в качестве источника излучения был применен полупроводниковый

твердотельный частотно не стабилизированный лазер. Ниже представлена оптическая схема и устройство лазерного гидрофона.

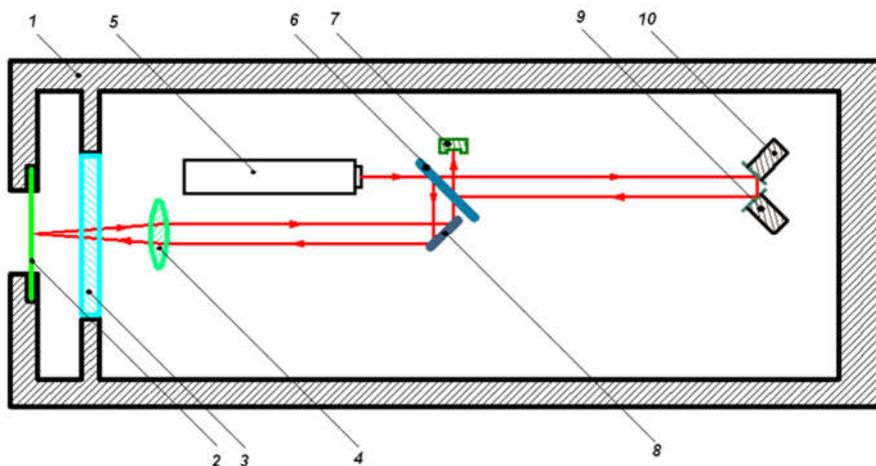


Рисунок 2.2 - Оптическая схема и устройство лазерного гидрофона.

1 – корпус; 2 - мембрана с зеркальным напылением; 3 - оптическое окно, 4- линза; 5- полупроводниковый лазер; 6 - плоскопараллельная делительная пластина; 7 - фотодиод, 8 - дополнительное зеркало, 9 -пьезокерамика раскачки; 10 - пьезокерамика компенсации

Луч лазера попадает на плоскопараллельную делительную пластину (6), которая делит его на два отдельных луча, измерительный и опорный. Первый луч (измерительный) проходя через линзу (4), попадает на мембрану с зеркальным напылением (2). После отражения от мембраны луч проходя через линзу попадает на делительную пластину (6), отражаясь от которой попадает на фотодиод (7). Второй луч (опорный), после делительной пластины (6) проходит через систему управляющих зеркал (9) и (10), установленных на пьезокерамических основаниях, после чего попадает на фотодиод (7) и интерферирует с измерительным лучом. В остальном, принцип работы системы регистрации и метод преобразования внешнего избыточного давления в выходной сигнал, остаются теми же что и у лазерного измерителя вариаций давления гидросферы. Лазерный гидрофон способен регистрировать изменения гидростатического давления с точностью 0,15 мПа в частотном диапазоне от 0 до 1000 Гц, динамический диапазон измерений зависит только от механических свойств мембраны.

## ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЧИВОСТИ ПЕРИОДА ВЕТРОВЫХ ВОЛН. ОБЩАЯ ФУНКЦИЯ

### 3.1 Общая функция изменения периода ветрового волнения

В результате обработки данных, полученных с лазерного гидрофона и измерителя вариаций давления гидросферы за 2010, 2012 и 2013 год, было выделено 16 участков записей с характерным изменением периода поверхностного волнения. Частота дискретизации участков составляла 500 Гц. При обработке данных проводилась фильтрация высоких частот в окне Хэмминга со следующими параметрами: порядок фильтра 1500, частота среза 1 Гц. Далее производилась децимация в 500 раз с последующим осреднением. Таким образом крайняя частота при спектральном анализе составляла 500 мГц (2 с). Чтобы избавиться от низкочастотного фона производилась фильтрация низких частот, частота среза составляла 50 мГц (20 с). Таким образом из всего сигнала был выделен частотный диапазон, соответствующий поверхностному ветровому волнению.

После обработки и фильтрации сигнала по всем выбранным участкам были построены спектрограммы сигнала. Затем с шагом в 60 отсчетов (1 минута) выделены частотные максимумы области, соответствующие ветровому волнению. Для того чтобы наглядно представить характер изменения периода, по полученным спектральным максимумам, с помощью регрессионного анализа были построены функции, представляющие из себя полиномы шестой степени. На рисунках 3.1, 3.2, 3.3 приведены спектрограммы некоторых участков записи и соответствующие им графики регрессий.

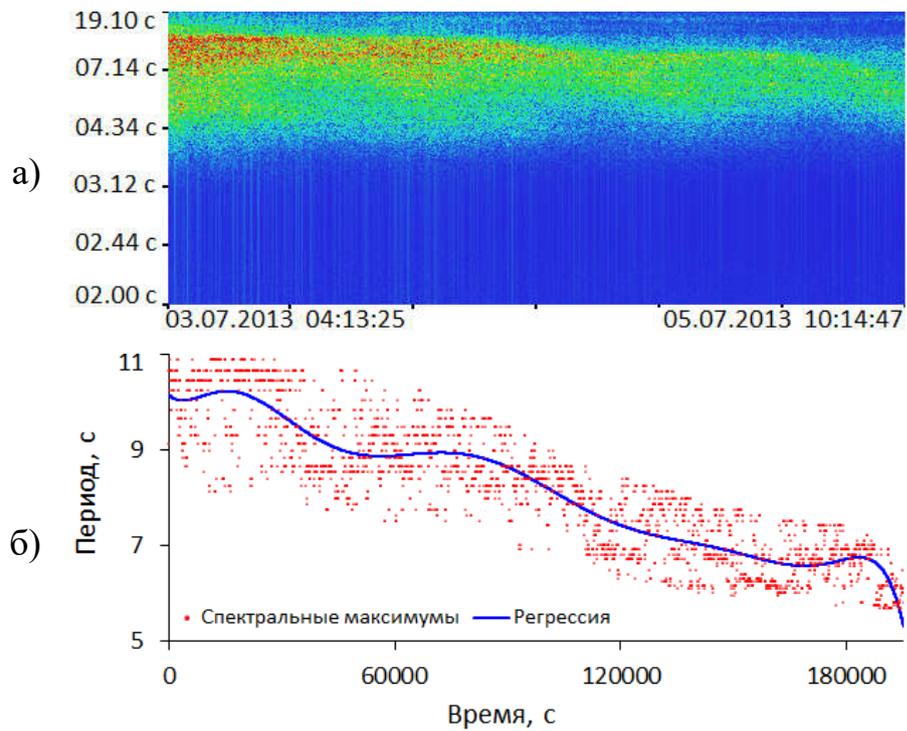


Рисунок 3.1 – а) спектрограмма записи лазерного гидрофона от 03.07.2013 г.; б) график регрессии.

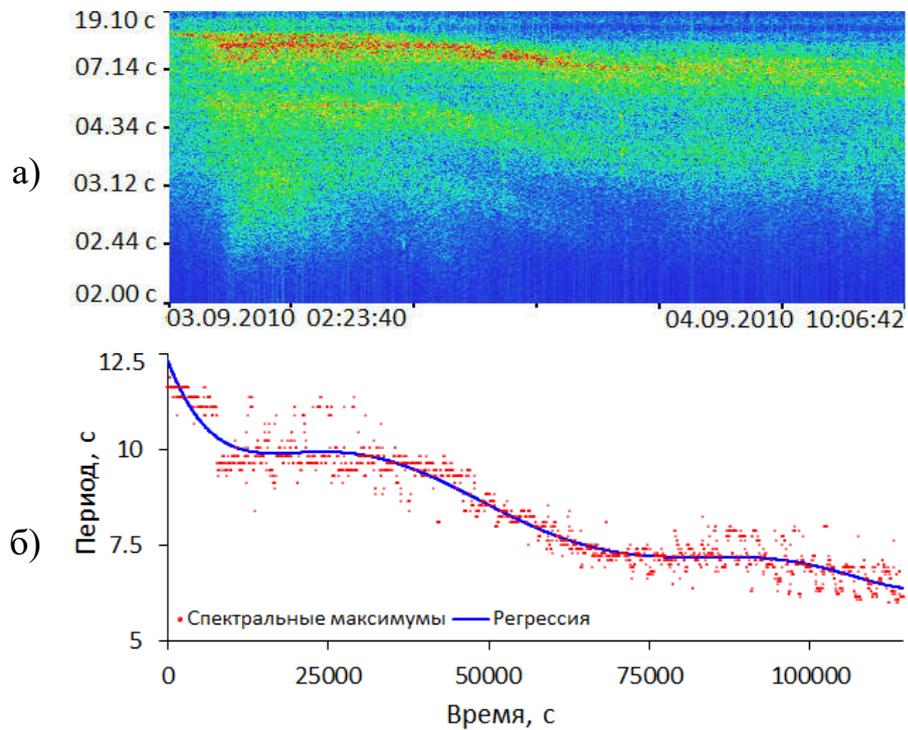


Рисунок 3.2 – а) спектрограмма записи лазерного измерителя вариации давления гидросферы от 03.09.2010 г, б) график регрессии.

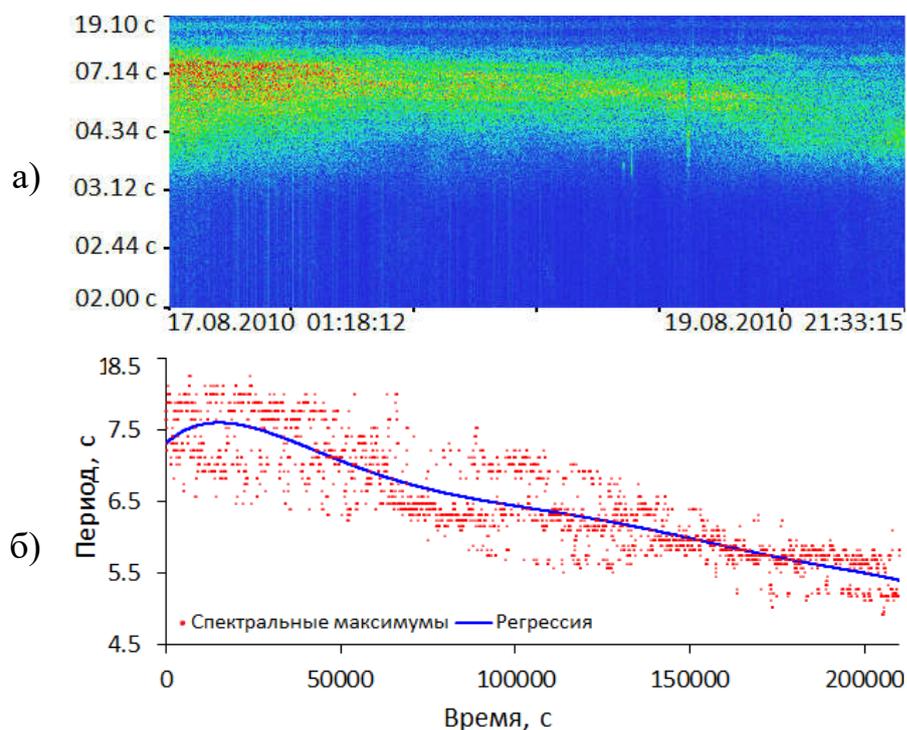


Рисунок 3.3 – а) спектрограмма записи лазерного измерителя вариации давления гидросферы от 17.08.2010 г.; б) график регрессии.

Изменения периода ветрового волнения во всех представленных случаях имеет различный характер. В представленных на рисунках 3.1(б) и 3.2(б) графиках регрессии имеются участки резкого изменения периода и участки на которых период практически не меняется, в то время как на рисунке 3.3 период монотонно убывает. Скорее всего данный эффект связан с дисперсией ветрового волнения и изменением ветрового режима в той части акватории где данные волны были сгенерированы [98].

Далее были выбраны участки данных, где период волнения убывает линейно, а длина выбираемых участков составляла бы не менее 10 часов (36000 секунд). Для каждого исследуемого участка с помощью регрессионного анализа были выведены линейные функции, описывающие изменение периода. При этом учитывались значения стандартного отклонения и коэффициента детерминации. Ниже приведены примеры нескольких таких участков с построенными графиками линейной регрессии.

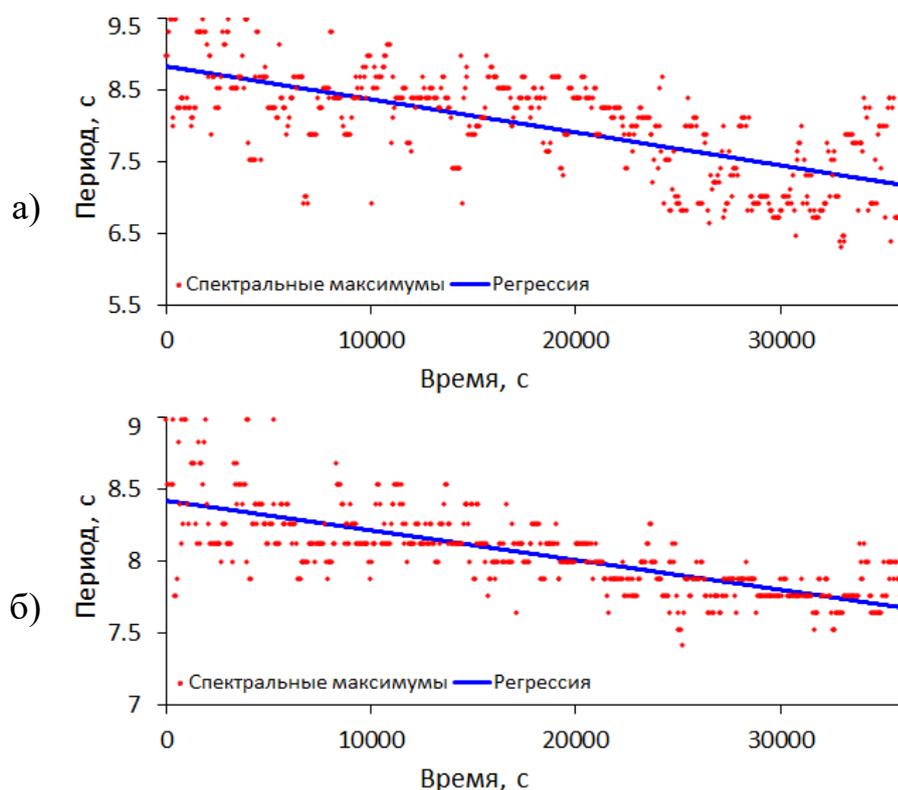


Рисунок 3.4 – Спектральные максимумы и графики линейной регрессии на участках длительностью 10 часов. Участки записи от 03.07.2013 г. (а) и 12.08.2010 г. (б)

Данные по всем участкам были сведены в таблицу 3.1, где приведены начальный период участка  $T_0$ , конечный период  $T_1$ , изменение периода на участке  $\Delta T$  и уравнение регрессии.

Таблица 3.1 – Уравнения линейной регрессии

№	Уравнение регрессии	$T_0, c$	$T_1, c$	$\Delta T, c$
1	$T(t) = -5,06 \cdot 10^{-5} \cdot t + 10,45$	10,45	8,63	1,82
2	$T(t) = -4,60 \cdot 10^{-5} \cdot t + 8,83$	8,83	7,17	1,66
3	$T(t) = -3,65 \cdot 10^{-5} \cdot t + 7,63$	7,63	6,31	1,72
4	$T(t) = -7,56 \cdot 10^{-5} \cdot t + 9,92$	9,92	7,19	2,73
5	$T(t) = -2,22 \cdot 10^{-5} \cdot t + 6,9$	6,9	6,1	0,8
6	$T(t) = -6,75 \cdot 10^{-5} \cdot t + 11,53$	11,53	9,1	2,43
7	$T(t) = -1,27 \cdot 10^{-5} \cdot t + 9,22$	9,22	8,76	0,46
8	$T(t) = -8,17 \cdot 10^{-6} \cdot t + 6,29$	6,29	6,0	0,29
9	$T(t) = -1,26 \cdot 10^{-5} \cdot t + 5,97$	5,97	5,52	0,45
10	$T(t) = -2,91 \cdot 10^{-5} \cdot t + 9,28$	9,28	8,23	1,05
11	$T(t) = -1,95 \cdot 10^{-5} \cdot t + 8,02$	8,02	7,31	0,71
12	$T(t) = -2,25 \cdot 10^{-5} \cdot t + 6,24$	6,24	5,43	0,81

13	$T(t) = -2,89 \cdot 10^{-5} \cdot t + 7,00$	7,00	5,96	1,04
14	$T(t) = -2,71 \cdot 10^{-5} \cdot t + 7,71$	7,71	6,73	0,98
15	$T(t) = -1,83 \cdot 10^{-5} \cdot t + 8,20$	8,20	7,54	0,66
16	$T(t) = -6,34 \cdot 10^{-5} \cdot t + 11,53$	11,53	9,24	2,29
17	$T(t) = -5,03 \cdot 10^{-5} \cdot t + 12,93$	12,93	11,12	1,81
18	$T(t) = -1,34 \cdot 10^{-5} \cdot t + 6,06$	6,06	5,58	0,48
19	$T(t) = -4,17 \cdot 10^{-5} \cdot t + 7,22$	7,22	5,72	1,50
20	$T(t) = -7,13 \cdot 10^{-5} \cdot t + 12,06$	12,06	9,49	2,57
21	$T(t) = -2,98 \cdot 10^{-5} \cdot t + 12,40$	12,40	11,33	1,07
22	$T(t) = -1,33 \cdot 10^{-5} \cdot t + 6,10$	6,10	5,61	0,49
23	$T(t) = -2,09 \cdot 10^{-5} \cdot t + 7,51$	7,51	6,76	0,75
24	$T(t) = -2,64 \cdot 10^{-5} \cdot t + 7,25$	7,25	6,3	0,95
25	$T(t) = -2,67 \cdot 10^{-5} \cdot t + 8,38$	8,38	7,42	0,96
26	$T(t) = -4,69 \cdot 10^{-5} \cdot t + 7,75$	7,75	6,06	1,69
27	$T(t) = -2,06 \cdot 10^{-5} \cdot t + 8,42$	8,42	7,67	0,75
28	$T(t) = -2,10 \cdot 10^{-5} \cdot t + 8,23$	8,23	7,47	0,75

Полученные уравнения имеют стандартный вид линейной зависимости  $y(x) = -kx + b$ , где  $k$  это коэффициент наклона прямой, минус перед коэффициентом показывает что функция убывает,  $b$  это начальное значение прямой при аргументе  $x=0$ . В нашем случае аргументом является время  $t$ , которое находится в пределах от 0 до 36000 (10 ч.), а начальным значением является период  $T_0$  в момент времени  $t=0$ . Коэффициент наклона  $k$  в данных функциях зависит от изменения периода  $\Delta T$  и постоянного коэффициента, который обозначим как  $K$ . В таблице 3.2 приведены результаты расчетов данного коэффициента. Для расчета были взяты 28 участков, расчет производился по формуле  $K = k/\Delta T$ .

Таблица 3.2 – Коэффициент изменения периода

№	$k$	$\Delta T, c$	$K$
1	5,061	1,82	2,780769
2	4,6	1,66	2,771084
3	3,65	1,72	2,122093
4	7,568	2,73	2,772161
5	2,227	0,8	2,78375
6	0,817	0,29	2,817241

7	1,263	0,45	2,806667
8	2,918	1,05	2,779048
9	6,752	2,43	2,778601
10	1,95	0,71	2,746479
11	1,273	0,46	2,767391
12	2,065	0,75	2,753333
13	4,692	1,69	2,776331
14	2,671	0,96	2,782292
15	2,105	0,76	2,769737
16	2,643	0,95	2,782105
17	2,091	0,75	2,788
18	1,336	0,49	2,726531
19	2,98	1,07	2,785047
20	7,136	2,57	2,776654
21	4,178	1,5	2,785333
22	1,341	0,48	2,79375
23	5,03	1,81	2,779006
24	6,348	2,29	2,772052
25	1,839	0,66	2,786364
26	2,714	0,98	2,769388
27	2,894	1,04	2,782692
28	2,25	0,81	2,777778

Из таблицы 3.2 видно, что коэффициент  $K$  практически одинаков во всех случаях, а среднее его значение равно 2,753. Таким образом, учитывая знак и степень, коэффициент  $K = -2,753 \cdot 10^{-5}$ , а общую для всех участков функцию изменения периода можно записать в виде:

$$\bar{T}(t) = K \cdot \Delta T \cdot t + T_0 \quad (3.1)$$

Проведем проверку данной функции для нескольких участков записей. Построим графики линейной регрессии участка записи от 03.09.2010 г., представленного на рисунке 3.2, и общей функции (3.1). Начальное значение периода  $T_0 = 9,92$  с, изменение периода  $\Delta T = 2,73$  с. Результат построения представлен на рисунке 3.5.

$$T(t) = -7,56 \cdot 10^{-5} \cdot t + 9,92 \quad (3.2)$$

$$\bar{T}(t) = -2,753 \cdot 10^{-5} \cdot 2,73 \cdot t + 9,92 \quad (3.3)$$

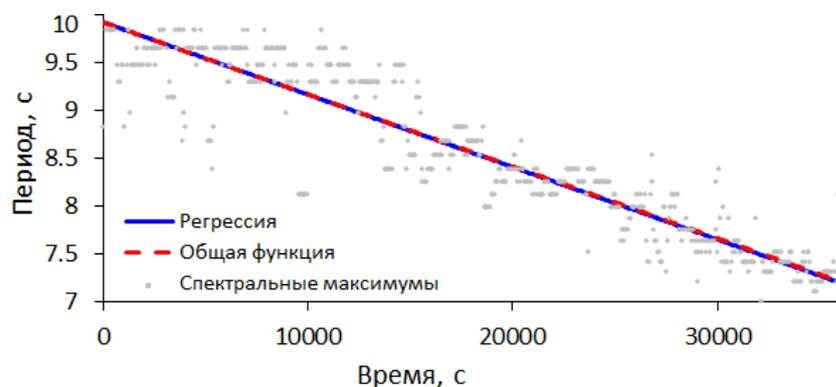


Рисунок 3.5 – График линейной регрессии построенный по спектральным максимумам и общей функции изменения периода, построенного по выражению (3.3).

Рассмотрим еще один участок записи длительностью 10 часов, сделанный 22.06.2013 г. Начальное значение периода  $T_0 = 12,93$  с, изменение периода  $\Delta T = 1,81$  с. Результат построения представлен на рисунке 3.6.

$$T(t) = -5,03 \cdot 10^{-5} \cdot t + 12,93 \quad (3.4)$$

$$\bar{T}(t) = -2,753 \cdot 10^{-5} \cdot 1,81 \cdot t + 12,93 \quad (3.5)$$

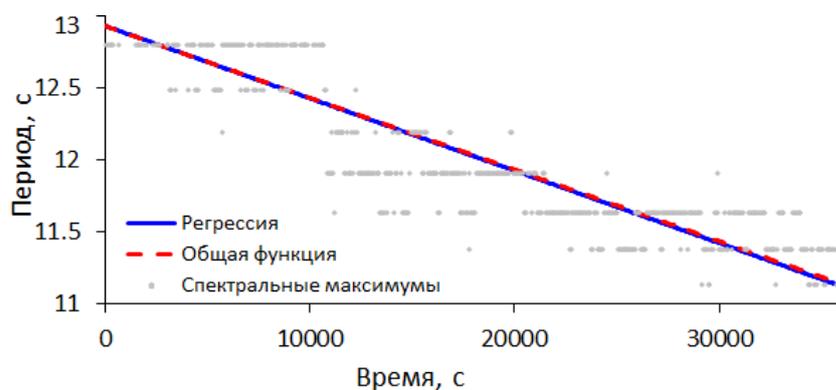


Рисунок 3.6 – График линейной регрессии (3.4) и общей функции изменения периода (3.5).

Графики функций на рисунках 3.5 и 3.6 почти сходятся, и только в конце участка имеют небольшое расхождение, не превышающее 0,02 с. Такая

же проверка прошла и на других участках [99]. Расхождение во всех случаях не выходило за пределы 0,08 с.

Рассмотрим участок записи от 26.09.2010 г. длительностью 20 часов (72000 сек). Выделим спектральные максимумы данного участка и построим для него функцию линейной регрессии. На рисунке 3.7 представлена спектрограмма записи и график регрессии.

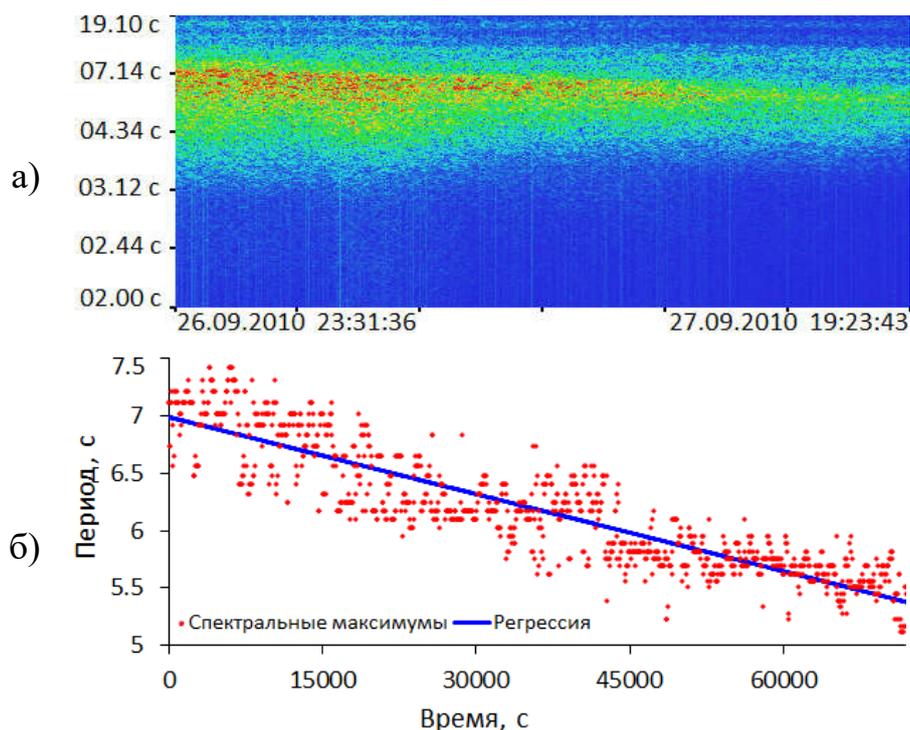


Рисунок 3.7 – а) спектрограмма записи лазерного измерителя вариации давления гидросферы; б) график линейной регрессии.

Из рисунка 3.7 определяем, что начальный период участка  $T_0 = 6,98$  с, а изменение периода  $\Delta T = 1,61$  с. Запишем функцию линейной регрессии.

$$T(t) = -2,23 \cdot 10^{-5} \cdot t + 6,98 \quad (3.6)$$

Предположим, что если участок в 2 раза длиннее, то и наклон графика общей функции должен измениться в 2 раза. Коэффициент  $K$  для данного участка  $k/\Delta T = 1,38$ , что в 2 раза меньше чем для участка в 10 часов. В результате получаем  $K_{20} = K_{10}/2$ , где  $K_{20}$  – коэффициент наклона общей

функции для участка длительностью 20 часов, а  $K_{10}$  - коэффициент наклона общей функции для участка длительностью 10 часов. Запишем общую функцию изменения периода для участка длительностью 20 часов (Рис. 3.7) и проведем сравнение с функцией линейной регрессии (3.6). На рисунке 3.8 представлены графики общей функции изменения периода и линейной регрессии.

$$\bar{T}(t) = 0,5 \cdot K_{10} \cdot \Delta T \cdot t + T_0 \quad (3.7)$$

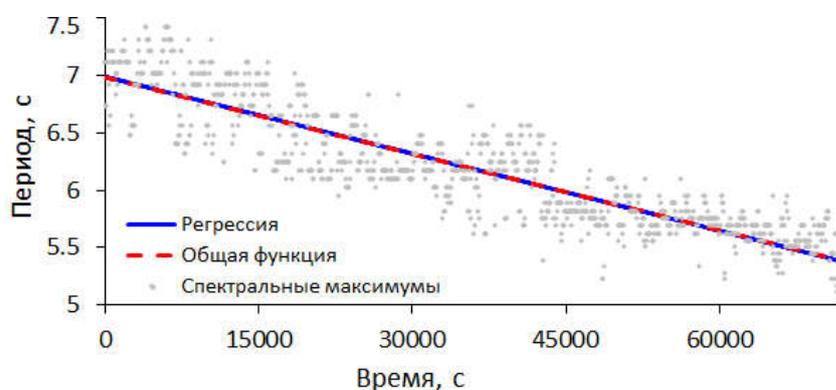


Рисунок 3.8 – График линейной регрессии (3.6) и общей функции изменения периода (3.7).

Из рисунка 3.8 видно, что сравниваемые функции практически идентичны. Проверки были произведены еще на нескольких участках длительностью 20 часов [100], при этом расхождения между общей функцией и функцией линейной регрессией составляли не более 0,08 с.

Так как отправной точкой в данной работе были участки длительностью 10 часов и коэффициент  $K$  рассчитывался именно для этого временного интервала, обозначим данный коэффициент как  $K_{10}$ . Логично предположить, что, если рассматривать участки длительностью в 5 часов, данный коэффициент будет в 2 раза больше. Таким образом для участков произвольной длины будет справедливо в общей функции перед коэффициентом поставить множитель  $10/\Delta t$ , где  $\Delta t$  - длительность участка в часах. Тогда общая функция будет выглядеть следующим образом:

$$\bar{T}(t) = \frac{10}{\Delta t} \cdot K_{10} \cdot \Delta T \cdot t + T_0. \quad (3.8)$$

Возьмем участок записи от 22.05.2013 г., найдем начальный и конечный периоды волнения. На рисунке 3.9 представлена спектрограмма данного участка.

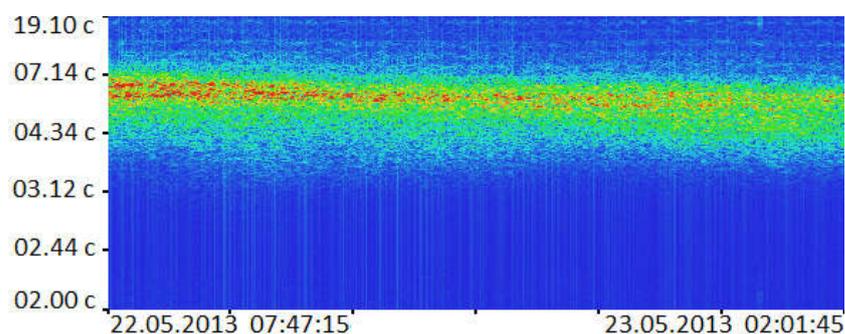


Рисунок 3.9 – Спектрограмма участка записи от 22.05.2013 г.

Длительность участка составляет 65520 секунд или 18,2 часа, начальный усредненный период составляет 6,03 с. (165 мГц), конечный 5,4 с. (185 мГц), изменение периода 0,63 с. Подставим все значения в формулу общей функции (3.8).

$$\bar{T}(t) = -\frac{10}{18,2} \cdot 2,753 \cdot 10^{-5} \cdot 0,63 \cdot t + 6,03. \quad (3.9)$$

Построим график данной функции и сравним ее с линейной функцией построенной с применением регрессивного анализа. На рисунке 3.10 представлен результаты вычислений.

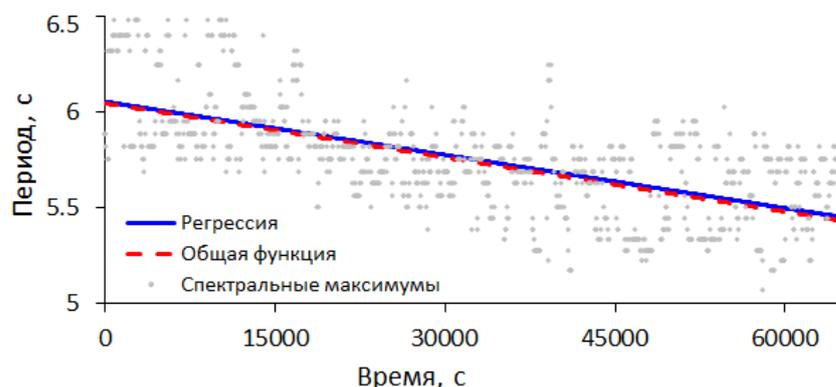


Рисунок 3.10 – График линейной регрессии и общей функции изменения периода (3.9).

Как видно из рисунка 3.9 график общей функции достаточно точно описывает поведение периода. Отклонение между линейной регрессией и общей функцией составляет 0,04 с. Нужно заметить, что данный метод описания изменения периода зависит от определения начального и конечного периодов, что вносит в данный метод субъективность анализа, однако несмотря на это, общий характер изменения периода от этого практически не меняется, субъективность лишь внесет не большое отклонение от значений, полученных путем регрессионного анализа.

Для упрощения выражения общей функции можно вынести из множителя число 10 и внести его в коэффициент  $K_{10}$ . Таким образом получим:

$$\bar{T}(t) = K_{10} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} \cdot t + T_0, \quad (3.10)$$

где  $K_{10} = -2,753 \cdot 10^{-4}$ , а  $\Delta t$  - длительность участка в часах.

Выше рассматривались случаи, когда временные интервалы изменения периода составляли 10, 20 и произвольный интервал от 10 до 20 часов. Для последней проверки возьмем участок записи произвольной длины превышающий 20 часов. На рисунке 3.11 представлена спектрограмма записи от 26.07.2013 г.

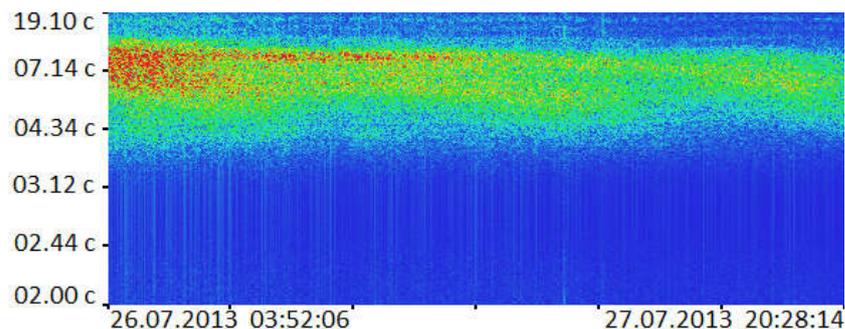


Рисунок 3.11 - Спектрограмма участка записи от 26.07.2013 г.

Длительность участка записи составляет 146760 с. или 40,76 часов, Начальный период участка составляет 8,45 с. (117 мГц), конечный период участка 6,45 с (155 мГц), изменение периода составляет 2 с. Подставляя начальные данные в (3.10) получим общую функцию изменения периода для данного участка.

$$\bar{T}(t) = -2,753 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{2}{40,76} \cdot t + 8,45. \quad (3.11)$$

На рисунке 3.11 представлены графики линейной регрессии и общей функции изменения периода (3.11).

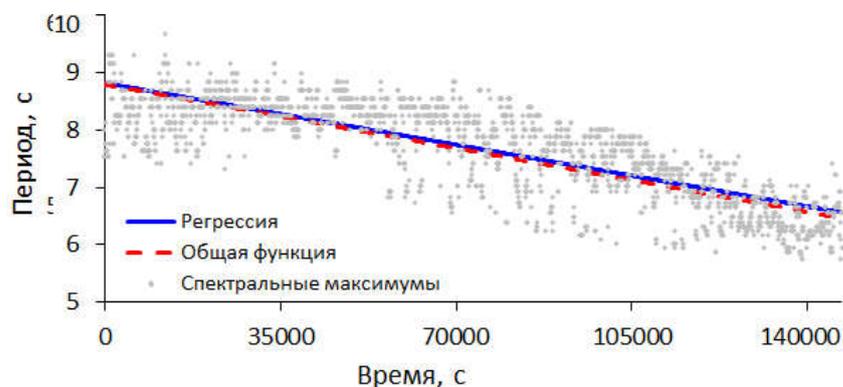


Рисунок 3.12 – График линейной регрессии и общей функции изменения периода (3.11).

Из рисунка 3.12 видно, что графики общей функции изменения периода и линейной регрессии имеют схожий характер. Расхождения имеются в начальный момент времени (0,3 с) и в конце участка (0,09 с). Данные расхождения являются следствием неточного определения начального периода, но несмотря даже на такие грубые оценки данный метод дает хорошие результаты. [101-103].

### **3.2 Выводы**

В заключении можно сказать, что метод описания изменения периода ветрового волнения посредством общей функции, как было показано выше, является приемлемым. К неоспоримым плюсам данного метода можно отнести простоту вычислений и построения. К минусам можно отнести зависимость данного метода от субъективных факторов, таких как определение начальных параметров. К минусам также можно отнести ограничения по применению к участкам имеющим линейный характер. Однако его простота может иметь неоспоримые преимущества для оценки изменений периода волнения и его описания перед сложными математическими моделями, основанными на решении нелинейных дифференциальных уравнений.

## ГЛАВА 4 МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ ЭФФКТОВ МОДУЛЯЦИИ ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ НА СЕЙШЕВЫХ И ПРИЛИВНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

### 4.1 Метод исследования волновых модуляций

Как было показано выше, основное изменение периода волн зыби при распространении из точки генерации происходит из-за дисперсии при распространении, данное изменение периода является линейным и имеет убывающий характер. Однако если рассматривать масштабные по времени явления, такие как тайфуны, возникающие за сотни километров от места регистрации, процесс распространения волн зыби может занимать несколько суток. При этом на волны помимо дисперсии могут влиять как масштабные явления, такие как приливы, так и явления локального характера, такие как сейшевые колебания, возникающие в закрытых морских акваториях, в результате чего процесс изменения периода становится нелинейным. При этом для исследования возникающих нелинейных процессов необходимо отделить процесс изменения периода, связанный с дисперсией, от иных процессов, влияющих на вариации периода ветрового волнения и волн зыби. Для выделения нелинейной части процесса изменения периода воспользуемся регрессионным анализом.

По выделенным значениям спектральных максимумов сигнала поверхностного волнения производится вычисление коэффициентов полиномиальной регрессии. Коэффициенты вычисляются из системы уравнений, представленных ниже.



## 4.2 Модуляция волн зыби на приливных колебаниях, влияние вариаций скорости ветра и атмосферного давления на эффект модуляции.

На рисунке 4.1 приведен пример обработки экспериментальных данных с выделением нелинейности изменения периода.

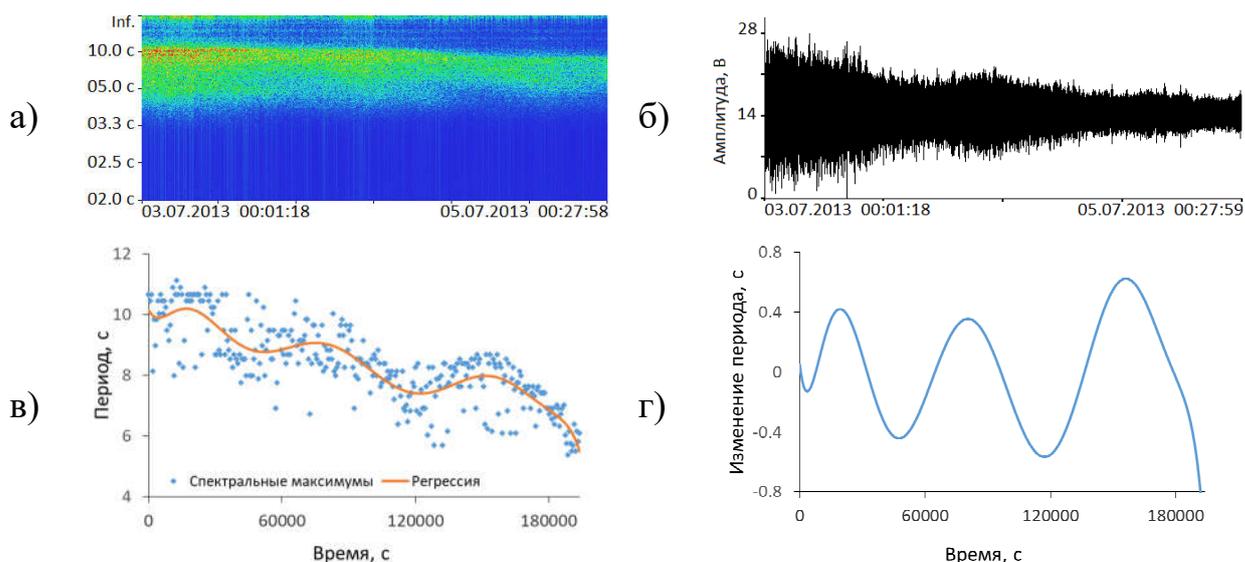


Рисунок 4.1 – а) спектрограмма сигнала; б) сигнал; в) спектральные максимумы и график регрессии, построенный по (4.3); г) абсолютные значения изменения периода волн зыби, выделенные по (4.4).

На графике представленном на рисунке 4.1 (г) присутствуют 3 ярко выраженных максимума, временной интервал между которыми составляет 12 ч, что может свидетельствовать о модуляции волн зыби приливными колебаниями, что доказывают и другие проанализированные участки. Таким образом можно сделать вывод, что нелинейность изменения периода связана с эффектом модуляции волн зыби низкочастотными волновыми процессами, в данном случае приливными колебаниями.

Для того чтобы оценить влияние атмосферы на эффект модуляции рассмотрим вышеприведенный участок записи и приведем метеорологические данные за тот же промежуток времени. Для большей наглядности построим графики регрессии для амплитуды волн, вариации

атмосферного давления и скорости ветра, затем избавимся от тренда в графиках регрессий данных величин.

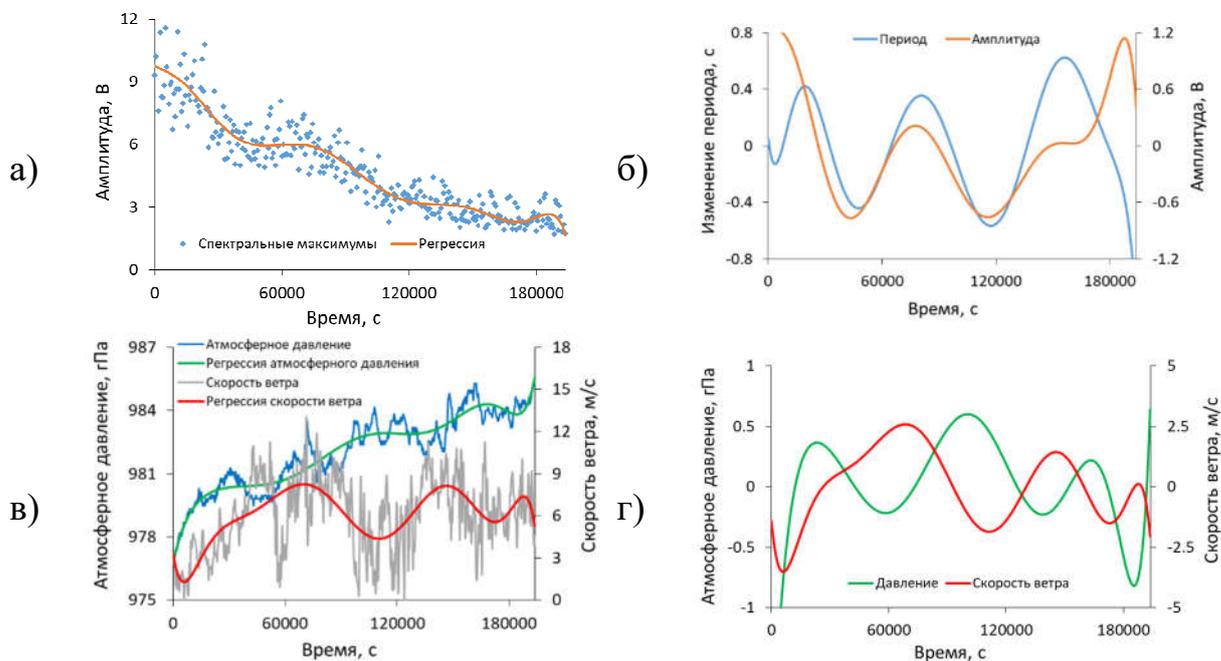


Рисунок 4.2 – а) спектральные максимумы амплитуды волнения и регрессия, построенная по ним; б) абсолютные значения вариаций периода и амплитуды волнения; в) данные по атмосферному давлению и скорости ветра и графики регрессий, построенные по ним; г) абсолютные значения вариации атмосферного давления и скорости ветра.

По графикам модуляции амплитуды и периода волнения видно (Рис. 4.2, б), что они практически совпадают по фазе. Это означает что в максимальных точках прилива будут находится волны с большим периодом и большей амплитудой. На графике атмосферного давления, представленном на рисунке 4.2 (г), видны 3 пика, соответствующие атмосферным приливам, максимумы данных приливов сдвинуты на несколько часов вправо от максимальных значений модуляции волн зыби, что говорит о том, что данные колебания происходят уже после морского прилива. На том же графике можно видеть, что график вариаций скорости ветра находится практически в противофазе с вариациями давления и имеет небольшую задержку в несколько часов. Таким образом, можно сделать вывод, что суточные вариации давления происходят после морского прилива. Вариации скорости

ветра происходят в связи с колебаниями атмосферного давления. Воздушные массы начинают двигаться из области повышающегося давления в зоны с более низким давлением, вследствие чего происходит изменение направления ветра. Резкое уменьшение амплитуды волнения на втором максимуме (Рис. 4.2, г) при максимальной скорости ветра может быть связано с тем, что направление ветра было противоположным к направлению распространения волн зыби. При этом на третьем максимуме графика изменения периода видно увеличение эффекта модуляции, что может говорить о том, что волны с периодами от 4 с и ниже больше подвержены эффекту модуляции чем волны с большими периодами.

Рассмотрим еще один случай модуляции ветрового волнения приливными колебаниями с периодом 24 ч представленный на рисунке 4.3.

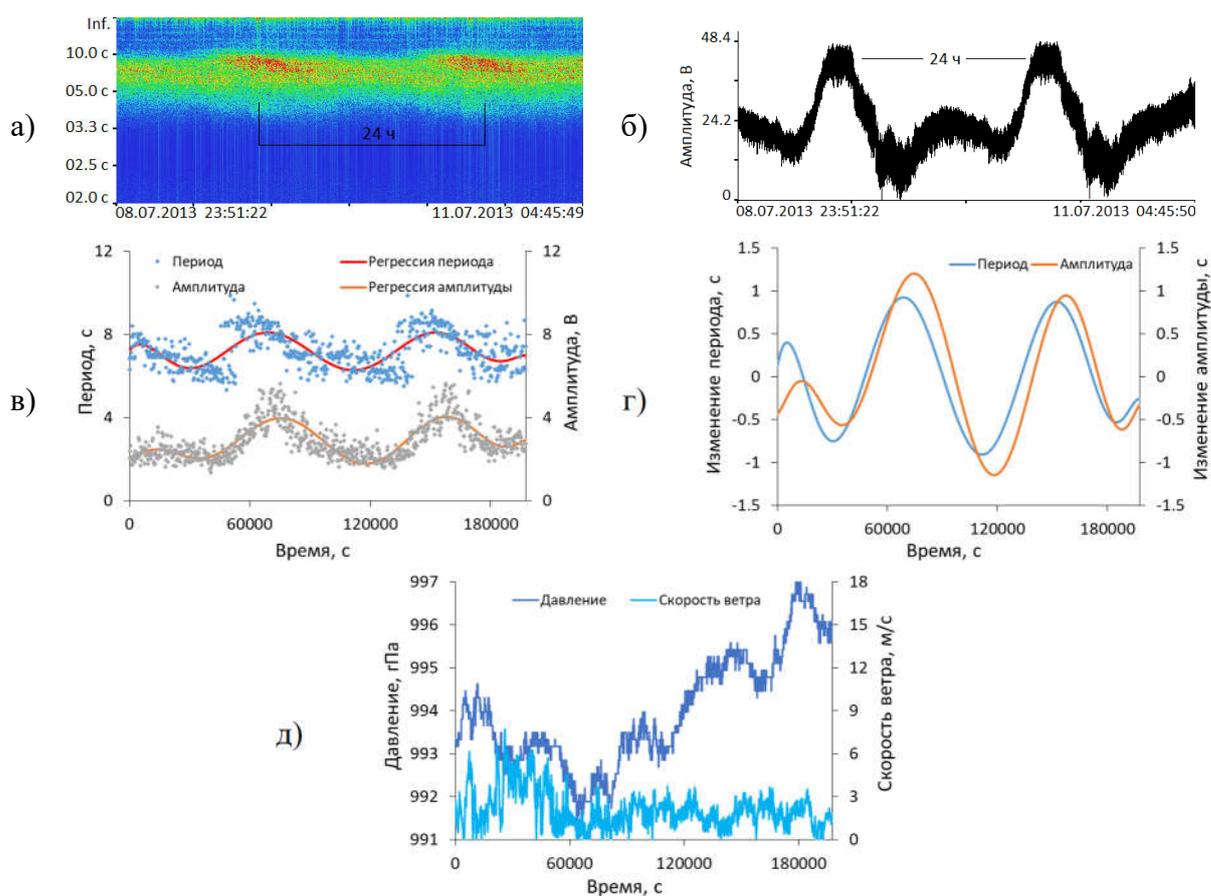


Рисунок 4.3 – а) спектрограмма сигнала; б) сигнал; в) спектральные максимумы периода и амплитуды волнения и их регрессии, простроенные по ним; г) абсолютные значения вариаций периода и амплитуды волнения; д) графики атмосферного давления и скорости ветра.

На спектрограмме (Рис. 4.3, а) и на сигнале измерителя вариации давления гидросферы (Рис. 4.3, б) видны колебания периодом 24 ч. После обработки и анализа данного участка записи, на графиках модуляции периода и амплитуды волнения (Рис. 4.3, г) можно наблюдать два максимума, временной интервал между которыми составляет 24 ч. Данный факт говорит о том, что поверхностное ветровое волнение было промодулировано приливными колебаниями. Как и в первом рассмотренном случае, волны с большими амплитудой и периодом концентрируются в максимальных точках прилива, что вполне соответствует двух масштабной модели морского волнения. На рисунке 4.3 (д) представлены графики изменения скорости ветра и атмосферного давления за тот же период времени. Скорость ветра в данный промежуток времени менялась в пределах 6 м/с. На графике давления видны колебания периодом 12 ч, соответствующие солнечным приливам, и участок повышения атмосферного давления во второй части представленного графика. При этом на эффект модуляции ветрового волнения приливными колебаниями данные атмосферные явления влияния не оказывают, что подтверждается анализом более 10 подобных участков записей.

Однако при обработке и анализе данных было выделено около 3 участков на которых модуляции амплитуды и периода ветровых волн ведут себя противоположно. Один из таких фрагментов представлен на рисунке ниже.

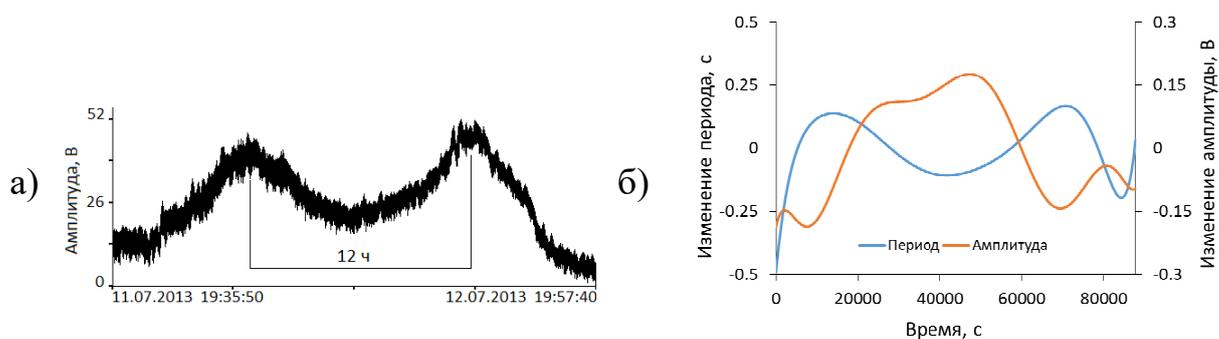


Рисунок 4.4 – а) сигнал; б) изменение периода и амплитуды волнения, связанные с модуляцией на приливных колебаниях

На рисунке 4.4 (а) присутствуют 2 ярко выраженных прилива с периодом 12 часов, однако на рисунке 4.4 (б) модуляции периода и амплитуды волнения находятся в противофазе, т.е. несмотря на то, что волны с большим периодом находятся в максимальной точке прилива, большей амплитудой обладают волны с меньшим периодом. При этом у всех похожих случаев есть одна общая особенность, на всех участках присутствуют сейшевые колебания, в данном случае это колебания с периодом 18 мин, характерные для места где были произведены изменения (Рис. 4.5).

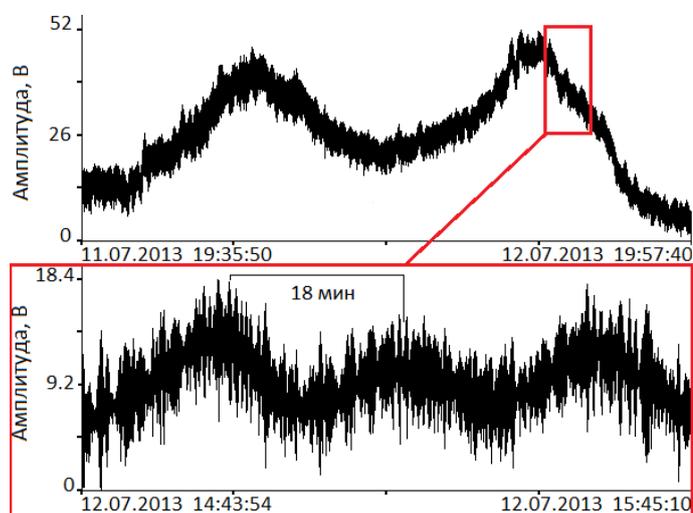


Рисунок 4.5 – Сейшевые колебания периодом 18 мин на фоне прилива 12 ч

### 4.3 Модуляция ветровых волн и волн зыби на сейшевых колебаниях

При анализе более 30 участков записей на которых в явном виде присутствовали сейшевые колебания одновременно с сильным ветровым волнением, было выделено несколько характерных видов модуляций, «двух тоновая» и «четырёх тоновая». Данные виды модуляций представлены на рисунке 4.6.

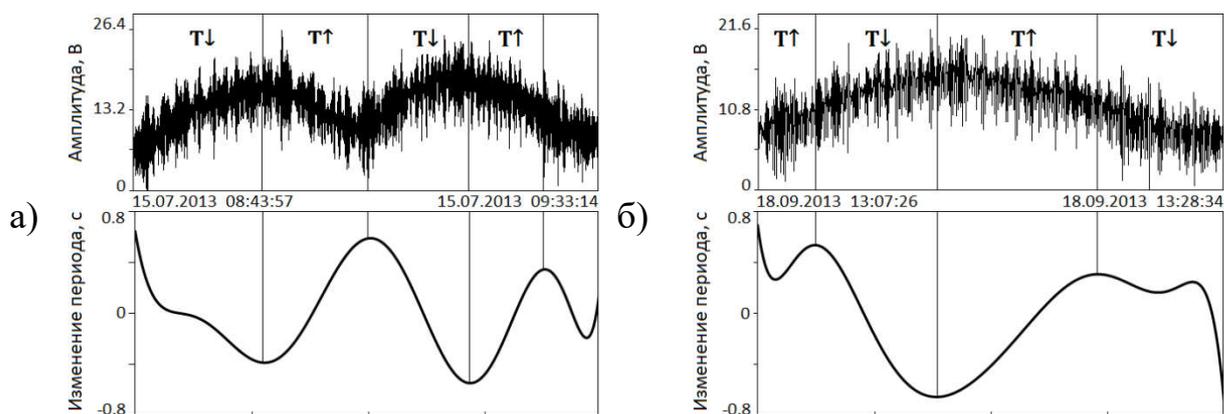


Рисунок 4.6 - а) участок записи с двумя сейшевыми колебаниями 18 мин и график изменения периода ветрового волнения («двух тоновая» модуляция); б) участок записи с одним сейшевым колебанием 20 мин и график изменения периода ветрового волнения («четырёх тоновая» модуляция).

Как можно видеть из рисунка 4.6 (а), на одном сейшевом колебании с периодом 18 мин изменение периода ветрового волнения происходит 2 раза, это значит, что на противоположных фронтах сейш происходит процесс сжатия ( $T\downarrow$ ) и растяжения ( $T\uparrow$ ), тогда как на рисунке 4.6 (б) на одном колебании с периодом 20 мин ветровое волнение на фронтах имеет по одному циклу сжатия-растяжения, что в свою очередь и порождает модуляцию.

Данные виды модуляции можно описать с помощью простого уравнения.

$$\Delta T(t) = \sin \left[ \left( \frac{2\pi t}{T_{\text{нес}}} + \alpha_1 \right) + m \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T_{\text{нч}}} + \alpha_2 \right) \right] \quad (4.5)$$

где  $T_{\text{нес}}$  – период ветрового волнения,  $T_{\text{нч}}$  – период модулирующего колебания,  $m$  – индекс модуляции.

На рисунке 4.7 представлен спектр ветрового волнения с периодом 4,8 с, модулированный сейшевыми колебаниями с периодом 18 мин, построенный по экспериментальным данным. Так же на рисунке 4.7

приведен спектр, рассчитанный с помощью выражения (4.5), с теми же параметрами волнения и индексом модуляции  $m=4$

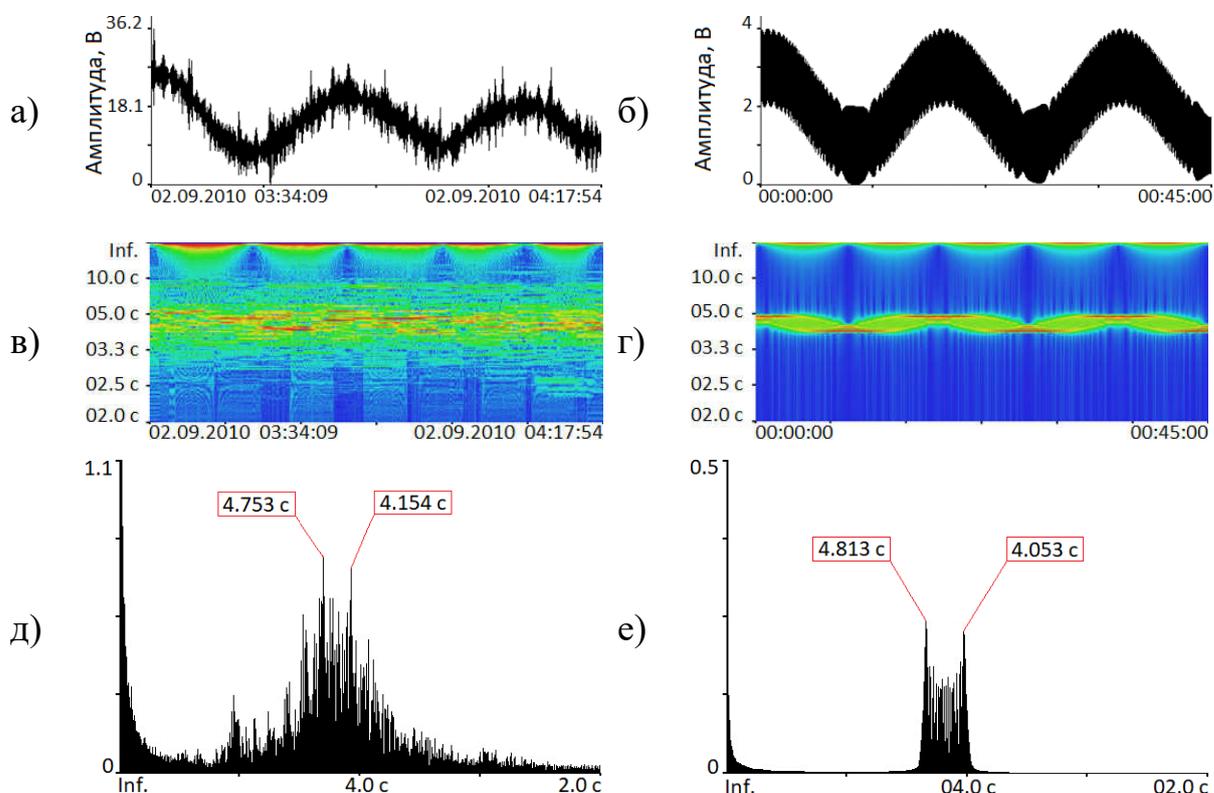


Рисунок 4.7 – а) сигнал волнения полученный экспериментально; б) сигнал волнения, построенный по выражению (4.5); в) спектрограмма волнения, построенная по экспериментальным данным; г) спектрограмма волнения, построенная по выражению (4.5); д) спектр волнения, построенный по экспериментальным данным; е) спектр волнения, построенный по выражению (4.5).

В спектрах, представленных на рисунке 4.7 (д, е), как и в других подобных случаях присутствуют два характерных максимума. Первый – это основной период ветрового волнения, второй же отвечает за процесс модуляции ветрового волнения на сейшевых колебаниях. При этом основной спектральный максимум всегда остается на своем месте, а положение второго (модуляционного) может варьироваться в зависимости от индекса модуляции. Таким образом при анализе спектров экспериментальных данных по двум характерным максимумам мы можем точно сказать о наличии сейшевых колебаний и модуляции им ветрового волнения.

Выше были описаны основные виды модуляций присутствующих повсеместно при наличии сейшевых колебаний и развитого ветрового волнения. Но в природе процессы модуляции не всегда являются стационарными. Связано это непосредственно с геометрией сейш, а именно с их длительностью и пологостью переднего и заднего фронтов колебаний. Примеры смешанных модуляций представлены на рисунке 4.8.

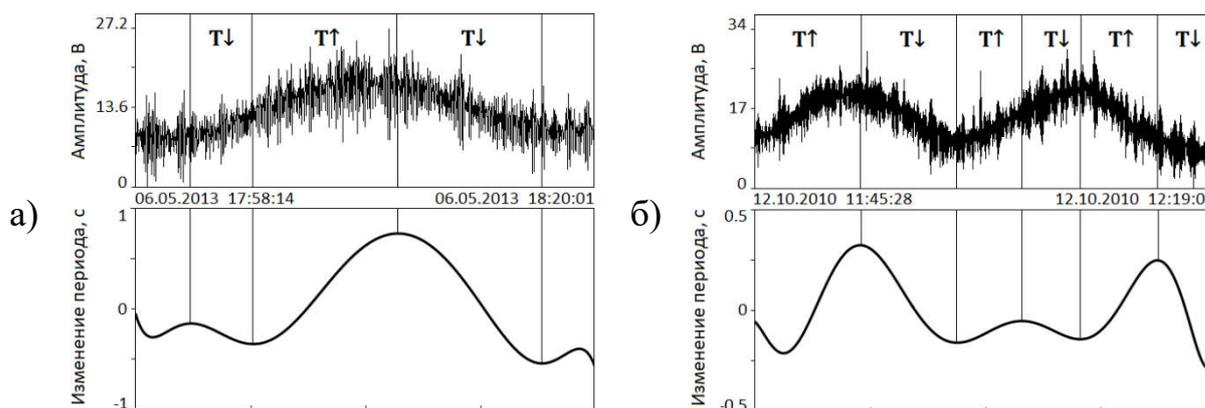


Рисунок 4.8 – Пример смешанных модуляций: а) «полуволновая» и «волновая» модуляции ветрового волнения на одном сейшевом колебании; б) «полуволновая» и «четвертьволновая» модуляции ветрового волнения на двух сейшевых колебаниях.

На рисунке 4.8 (а) можно наглядно увидеть влияние геометрии сейш на модуляцию ветрового волнения. Левый фронт более пологий и ветровое волнение успевает промодулироваться несколько раз, тогда как правый фронт имеет резко спадающий характер, и модуляция на нем происходит всего один раз. На рисунке 4.8 (б) можно наблюдать немного другую ситуацию. На нескольких сейшевых колебаниях присутствует как «полуволновая», так и «четвертьволновая» модуляции ветрового волнения. Объяснить это можно с точки зрения геометрии и длительности модулирующих колебаний. Оба колебания являются симметричными, но имеют разную длительность и пологость фронтов, в связи с чем и возникает разное количество модуляций на каждом из них.

Существуют так же и более сложные виды модуляций. Примеры нескольких представлены на рисунке 4.9.

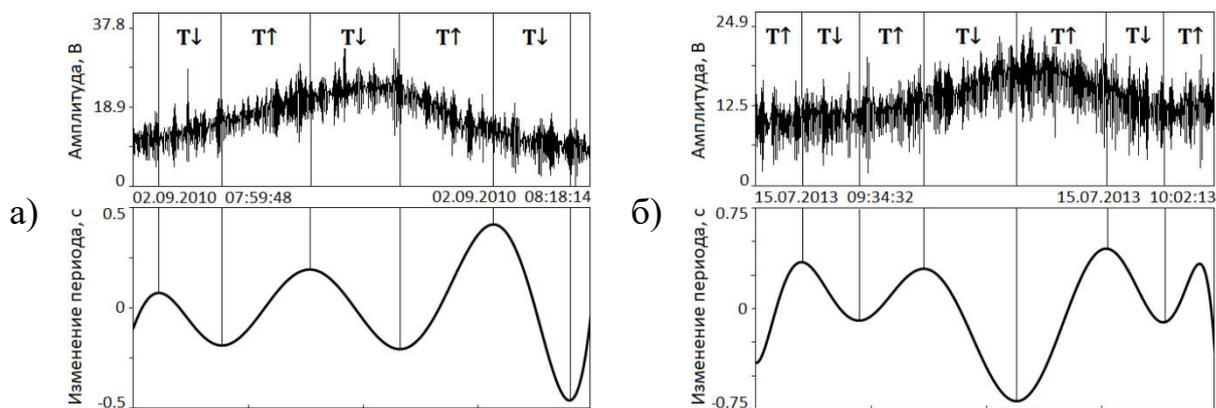


Рисунок 4.9 – Пример сложных комбинированных модуляций:  
 а) модуляция ветрового волнения на одном сейшевом колебании периодом 18 мин; б) модуляции ветрового волнения на одном сейшевом колебании периодом 24 мин.

На рисунке 4.10 представлено сравнение результатов расчета спектров комбинированных модуляций с экспериментальными данными.

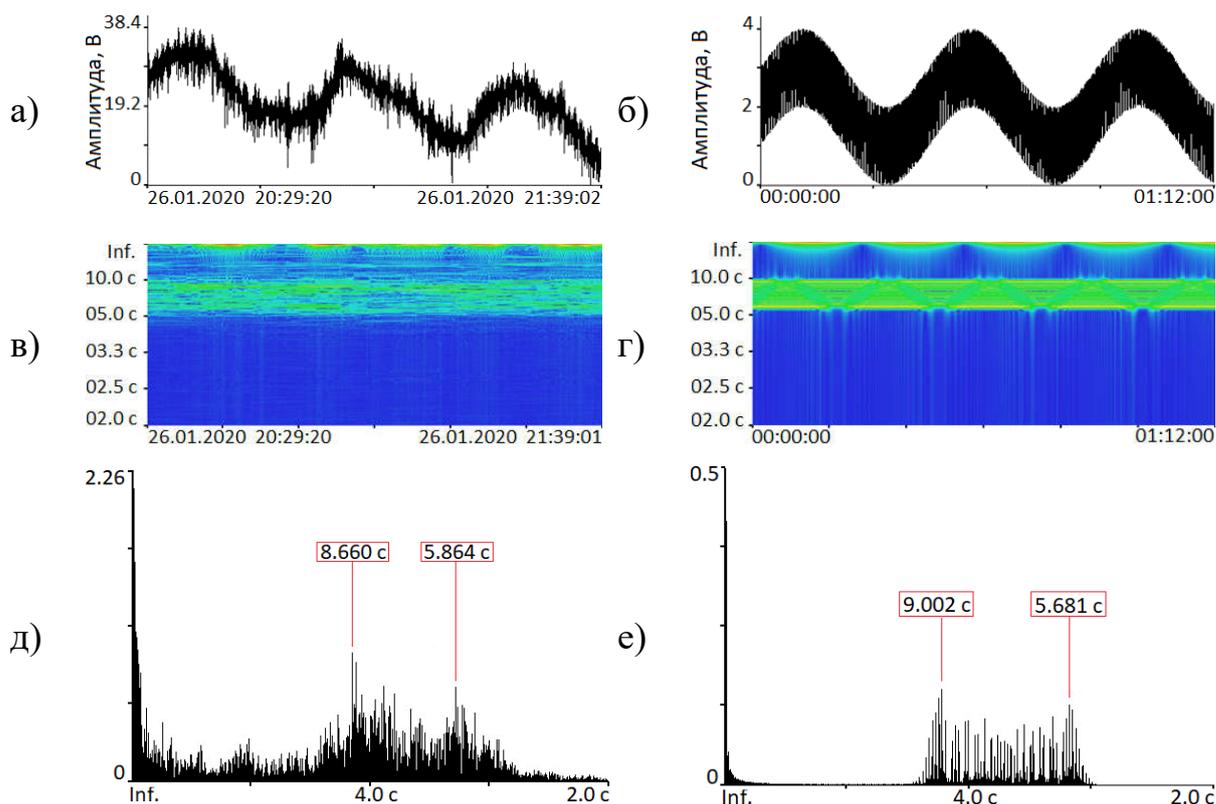


Рисунок 4.10 – а) сигнал волнения, полученный экспериментально; б) сигнал волнения, построенный по выражению (4.5); в) спектрограмма волнения, построенная по экспериментальным данным; г) спектрограмма волнения, построенная по выражению (4.5); д) спектр волнения, построенный по экспериментальным данным; е) спектр волнения, построенный по выражению (4.5).

Вид колебаний, представленный на рисунке 4.9, сложнее чем предыдущие, так как является дважды модулированным, но также может быть описан с помощью выражения (4.5) с коэффициентом модуляции  $m=8$ .

Изменение периода связано не только с процессами модуляции ветрового волнения, но и с дисперсией при распространении волн. Для того чтобы учесть дисперсию, подставим в выражение описывающее модуляцию (4.5) общую функцию изменения периода (3.10). В результате мы получим уравнение, описывающее одновременно и процесс модуляции, и процесс дисперсии ветрового волнения при распространении.

$$T(t) = \sin \left[ \left( \frac{2\pi \cdot t \cdot \Delta t}{K_{10} \cdot t \cdot \Delta t + T_0 \cdot \Delta T} \right) + m \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot t}{T_{нч}} + \alpha \right) \right] \quad (4.6)$$

На рисунке 4.11 представлен спектр ветрового волнения с периодом 5,2 с, полученный по экспериментальным данным. На исследуемом участке есть явно выраженная дисперсия волнения  $\Delta T=0,4$  с и присутствуют сейши с периодом 18 мин. Так же на рисунке представлен спектр, рассчитанный по выражению (4.6), по исходным данным указанным выше.

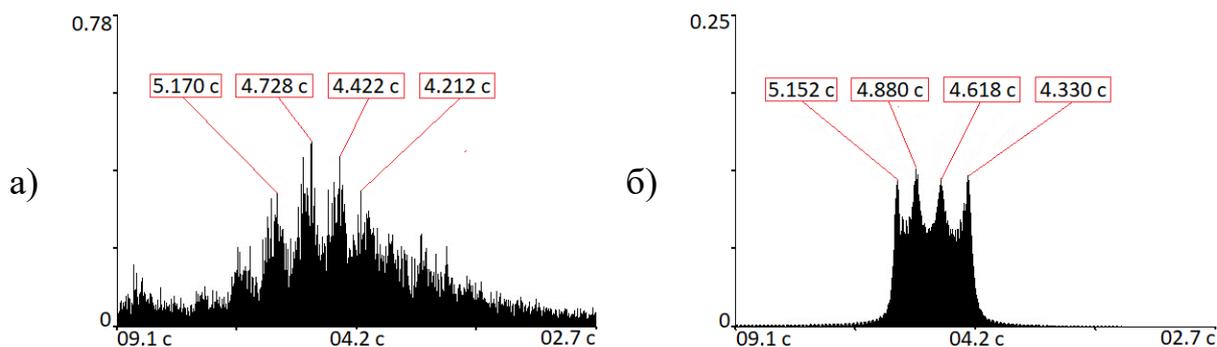


Рисунок 4.11 – а) спектр волнения, построенный по экспериментальным данным; б) спектр волнения, построенный по выражению (4.6)

На рисунке 4.11 на спектрах теперь присутствуют четыре характерных максимума. Первые два отвечают за модуляцию ветрового волнения на сейшах, а два других за волновую дисперсию. При этом ширина

спектра в данном случае не зависит от индекса модуляции. Индекс модуляции отвечает за амплитуду максимумов спектра, а за ширину спектра отвечает изменение периода волнения за счет дисперсии при распространении [104].

#### 4.4 Выводы

Представленный в главе метод исследований эффектов модуляции, основанный на регрессионном анализе и общей функции изменения периода, показал хорошие результаты в применении к исследованиям модуляции ветровых волн и волн зыби на приливных колебаниях. С помощью данного метода было показано, что в основном, при модуляции ветровых волн приливами, волны с большим периодом и амплитудой концентрируются в верхних точках прилива. Однако при возникновении посторонних волновых процессов, таких как сейши, модуляция амплитуды волнения могут иметь экстремум в нижней точке прилива, т.е. модуляции периода волнения и его амплитуды будут находится в противофазе.

При исследовании вышеуказанным методом модуляций ветровых волн на сейшах, было выделено несколько основных видов модуляции: «двух тоновая» и «четырёх тоновая». Данные виды модуляции хорошо описываются с помощью обычного уравнения частотной модуляции (6). При сравнении спектров экспериментальных данных и спектров, рассчитанных по формуле частотной модуляции, было выделено два спектральных максимума, первый из которых отвечает за основной период волнения, а второй за процесс модуляции. По этим двум характерным максимумам можно с высокой точностью сказать о наличии сейшевых колебаний и модуляции ими ветрового волнения, при этом ширина спектра зависит от индекса модуляции, т.е. количества модуляций волнения за один период сейшевого колебания.

Полученное выражения для частотной модуляции с учетом дисперсии хорошо описывает возникновения специфических спектральных максимумов в диапазоне частот ветрового волнения и волн зыби. При сравнении спектров, построенных по экспериментальным данным и спектров, рассчитанных по данному выражению, было выделено четыре характерных спектральных максимума. Первые два отвечают за модуляцию на сейшах, остальные за дисперсию при распространении, индекс модуляции при этом влияет на амплитуду максимумов, а за ширину спектров отвечает изменение периода. При наличии данных максимумов в спектре мы можем говорить не только о присутствии сейшевых колебаний, но и о том, что модулируемый ими волновой процесс имеет не местный характер, а скорее всего пришел из другой точки акватории, так как его период линейно меняется в связи с дисперсией при распространении.

## ГЛАВА 5 ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ

### 5.1 Восстановление пространственно-временного распределения основных характеристик ветрового волнения с помощью общей функции изменения периода для водоема конечной глубины в приближении мелкой воды

Как было показано выше, при помощи общей функции изменения периода можно достаточно хорошо описывать изменения периода ветрового волнения, но что еще немаловажно, этот метод имеет прямую привязку ко времени. Таким образом, зная функцию изменения периода мы можем точно сказать через какое время период волнения достигнет нужного значения. Отсюда и появляется практическое применение данной функции, особенно в применении к реальным данным измерений.

Рассчитаем пространственное распределение по глубине основных характеристик ветрового волнения, привязав их ко времени с помощью общей функции изменения периода. Для этого рассмотрим участок записи, сделанный 07.09.2010 г. На рисунке 5.1 представлена спектрограмма данной записи.

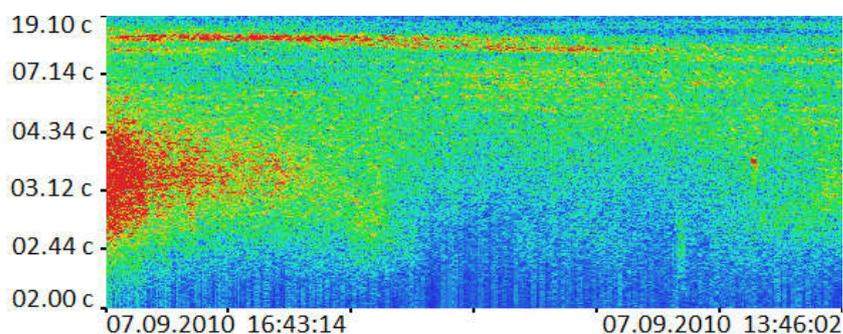


Рисунок 5.1 - Спектрограмма участка записи от 07.09.2010 г.

Представленная выше спектрограмма интересна тем, что на ней можно наблюдать несколько частотно разнесенных процессов волнения. Первый процесс находится в диапазоне от 80 до 105 мГц (12,5-9,5 с) и представляет из себя волны зыби пришедшие из открытой части акватории. Второй же процесс ничто иное как местное ветровое волнение, образовавшееся в бухте, где непосредственно производились измерения. В начале записи видно, что интенсивность местного волнения максимальна, но со временем, в результате изменения ветрового режима, интенсивность его падает, а начальный диапазон частот от 230 мГц до 370 мГц (4,3-2,7 с) сужается. При этом амплитуда волн уменьшается и происходит небольшое уменьшение периода волнения, что подтверждают выделенные спектральные максимумы.

Рассмотрим сначала первый, более низкочастотный процесс, представляющий из себя волны зыби, пришедшие из открытой части акватории. Руководствуясь спектрограммой, представленной на рисунке 5.1, запишем начальные данные для общей функции изменения периода. Длительность участка  $\Delta t = 16,41$  ч (59100 с), начальный период  $T_0 = 12,5$  с, изменение периода  $\Delta T = 3$  с. Запишем общую формулу подставив начальные данные в (3.10).

$$\bar{T}(t) = -2,753 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{3}{16,41} \cdot t + 12,5. \quad (5.1)$$

В период, когда была сделана рассматриваемая запись, лазерный измеритель вариаций давления гидросферы находился на дне на глубине 10-ти метров. Длины волн для периодов 12,5 и 9,5 с, вычисленные по (1.37), равны 243 и 141 м соответственно. Таким образом параметр  $\lambda/h$  в большей мере будет соответствовать случаю распространения волн на мелкой воде. Для расчета скорости распространения волн можно пользоваться выражением (1.39).

Рассмотрим выражение (1.36) для давления, создаваемого гармонической волной в водоеме конечной глубины  $h$  на глубине  $z$ . Амплитуду давления можно записать как

$$P = \rho g a \frac{\cosh[\chi(h+z)]}{\cosh(\chi h)}, \quad (5.2)$$

где  $\chi = 2\pi/\lambda$ ,  $\rho$  – плотность воды,  $h$  – глубина,  $z$  – расчетная глубина давления. Воспользовавшись выражением (1.39) и соотношением  $\lambda = c \cdot T$ , формула (5.2) приобретает вид

$$P = \rho g a \frac{\cosh \left[ \frac{2\pi(h+z)}{\sqrt{gh} \cdot T} \right]}{\cosh \left[ \frac{2\pi h}{\sqrt{gh} \cdot T} \right]}. \quad (5.3)$$

Заменяя период  $T$  на общую функцию изменения периода  $\bar{T}(t)$  можно перейти к временной зависимости амплитуды давления. Используя выражение (3.10) можно записать уравнение пространственно-временного распределения амплитуды давления на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении мелкой воды.

$$P(t) = \rho g \cdot a(t) \cdot \frac{\cosh \left[ \frac{2\pi(h+z)}{\sqrt{gh} \cdot \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)} \right]}{\cosh \left[ \frac{2\pi h}{\sqrt{gh} \cdot \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)} \right]}. \quad (5.4)$$

Необходимо добавить, что при процессе уменьшения периода амплитуда волн так же уменьшается. На рисунке 5.3 представлен исходный

сигнал, отфильтрованный в полосе частот от 80 до 100 мГц, что соответствует периодам 12,5 и 9,5 с.

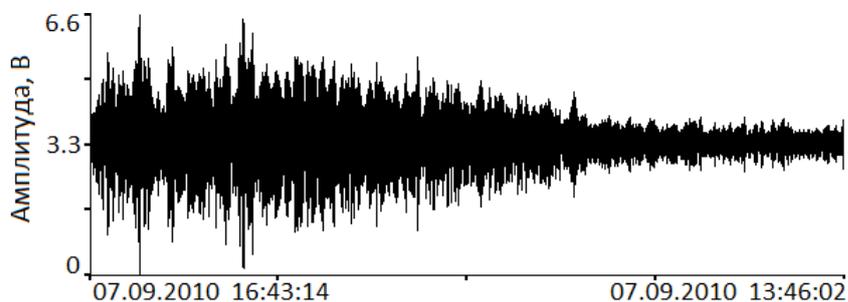


Рисунок 5.2 – Сигнал лазерного измерителя вариаций давления гидросферы, отфильтрованный в полосе частот от 80 до 100 мГц

Для того чтобы оценить уменьшение высоты волнения с шагом в 4096 с были определены средние значения амплитуды сигнала и введен коэффициент для расчета высоты волн. Все данные сведены в таблицу 5.1, представленную ниже.

Таблица 5.1 – Высота волн

<i>Время, с</i>	<i>Амплитуда сигнала, В</i>	<i>Высота волны, м</i>
0	3.35	0.372
4096	4.23	0.47
8192	3.75	0.416
12288	4.5	0.5
16384	3.63	0.403
20480	4.01	0.445
24576	3.34	0.371
28672	2.93	0.325
32768	2.8	0.311
36864	2.54	0.282
40960	2.18	0.242
45056	1.9	0.211
49152	1.26	0.14
53248	1.08	0.12
57344	0.9	0.1

По данным из таблицы 5.1 был построен график изменения высоты волн, и с помощью регрессионного анализа, было выведено уравнение для описания изменения амплитуды волнения. На рисунке 5.4 представлены полученные результаты.

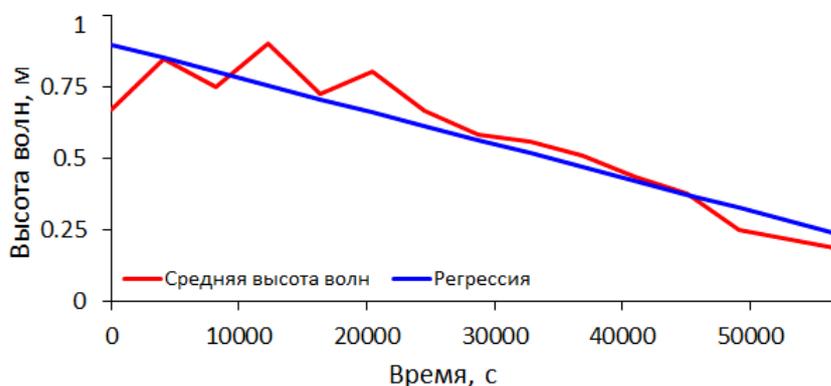


Рисунок 5.3 – График изменения высоты волн и график линейной регрессии.

Уравнение для описания изменение амплитуды волнения будет выглядеть следующим образом:

$$a(t) = -6,464 \cdot 10^{-6} \cdot t + 0,499 . \quad (5.5)$$

Подставляя вместо амплитуды  $a$  в (5.4) выражение (5.5) можно непосредственно переходить к расчетам.

На рисунке 5.4 представлены результаты расчетов пространственно-временного изменения амплитуды давления в приближении мелкой воды. Данные для расчетов следующие: плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ , глубина водоема  $h = 10 \text{ м}$ ,  $K_{10} = -2,753 \cdot 10^{-4}$ , длительность участка  $\Delta t = 16,41 \text{ ч}$ , начальный период  $T_0 = 12,5 \text{ с}$ , изменение периода  $\Delta T = 3 \text{ с}$ , интервал времени  $t$  от 0 до 59100 с.

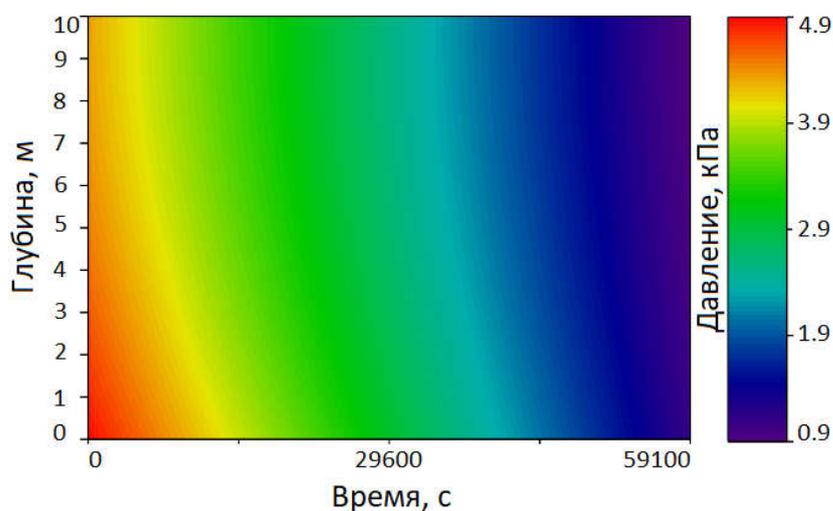


Рисунок 5.4 - Пространственно-временное распределение амплитуды давления на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении мелкой воды

С помощью общей формулы изменения периода можно делать пространственно-временную привязку не только для изменений амплитуды давления, создаваемого ветровым волнением, но и других основных характеристик волнения, таких как мгновенные значения вертикальной и горизонтальной скоростей частиц, значения вертикальных и горизонтальных смещений.

Мгновенные значения вертикальных и горизонтальных скоростей частиц из уравнений (1.32) и (1.33) запишем как

$$u = \sigma a \frac{\cosh[\chi(h+z)]}{\sinh(\chi h)}, \quad (5.6)$$

$$\omega = \sigma a \frac{\sinh[\chi(h+z)]}{\sinh(\chi h)}. \quad (5.7)$$

Используя выражение  $\sigma = 2\pi/T$  и (1.39), подставляя в место амплитуды  $a$  выражение (5.5), получаем пространственно-временные распределения мгновенных значений вертикальных и горизонтальных скоростей частиц на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении мелкой воды.

$$u(t) = \frac{2\pi \cdot a(t)}{\left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)} \cdot \frac{\cosh \left[ \frac{2\pi(h+z)}{\sqrt{gh} \cdot \left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)} \right]}{\sinh \left[ \frac{2\pi h}{\sqrt{gh} \cdot \left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)} \right]} \quad (5.8)$$

$$\omega(t) = \frac{2\pi \cdot a(t)}{\left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)} \cdot \frac{\sinh \left[ \frac{2\pi(h+z)}{\sqrt{gh} \cdot \left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)} \right]}{\sinh \left[ \frac{2\pi h}{\sqrt{gh} \cdot \left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)} \right]}, \quad (5.9)$$

На рисунках 5.5 и 5.6 представлены результаты расчетов пространственно-временного изменения мгновенных значений вертикальных и горизонтальных скоростей частиц в приближении мелкой воды. Данные для расчетов следующие: плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ , глубина водоема  $h = 10 \text{ м}$ ,  $K_{10} = -2,753 \cdot 10^{-4}$ , длительность участка  $\Delta t = 16,41 \text{ ч}$ , начальный период  $T_0 = 12,5 \text{ с}$ , изменение периода  $\Delta T = 3 \text{ с}$ , интервал времени  $t$  от 0 до 59100 с.

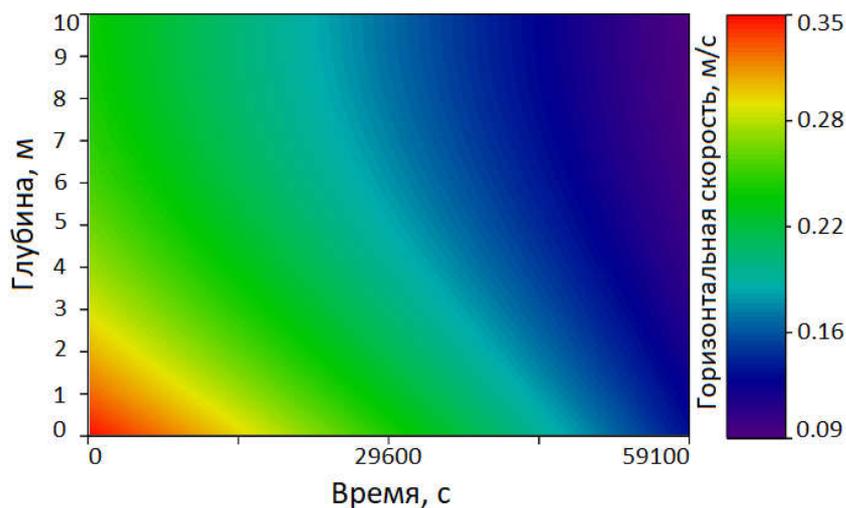


Рисунок 5.5 - Пространственно-временное распределение мгновенных значений горизонтальных скоростей частиц на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении мелкой воды.

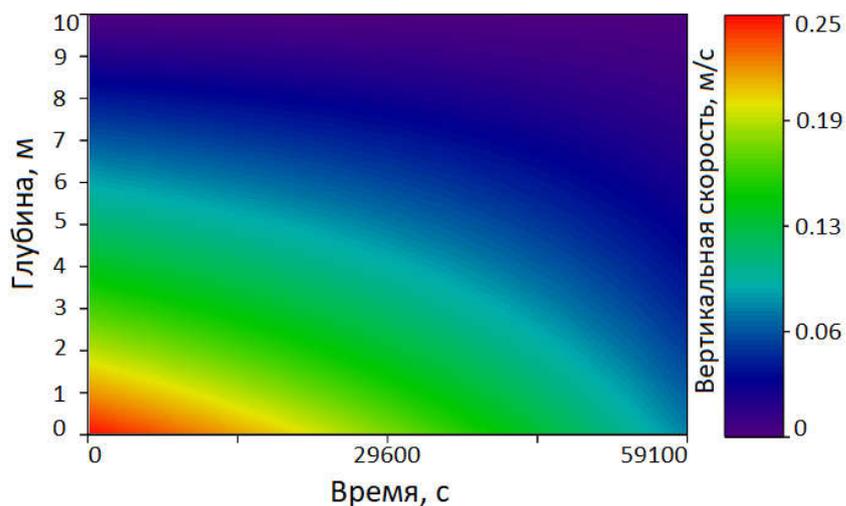


Рисунок 5.6 - Пространственно-временное распределение мгновенных значений вертикальных скоростей частиц на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении мелкой воды.

Выпишем из уравнений (1.34) и (1.35) выражения для вертикальных и горизонтальных смещений частиц в волне.

$$\xi = -a \frac{\cosh[\chi(h+z)]}{\sinh(\chi h)}, \quad (5.10)$$

$$\zeta = a \frac{\sinh[\chi(h+z)]}{\sinh(\chi h)}. \quad (5.11)$$

Произведя необходимые подстановки, получаем пространственно-временные распределения значений вертикальных и горизонтальных смещений частиц на глубине  $z$  в водоеме конечной глубины  $h$  в приближении мелкой воды.

$$\zeta(t) = a(t) \cdot \frac{\sinh \left[ \frac{2\pi(h+z)}{\sqrt{gh} \cdot \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)} \right]}{\sinh \left[ \frac{2\pi h}{\sqrt{gh} \cdot \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)} \right]}, \quad (5.12)$$

$$\xi(t) = -a(t) \cdot \frac{\cosh \left[ \frac{2\pi(h+z)}{\sqrt{gh} \cdot \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)} \right]}{\sinh \left[ \frac{2\pi h}{\sqrt{gh} \cdot \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)} \right]}, \quad (5.13)$$

На рисунках 5.7 и 5.8 представлены результаты расчетов пространственно-временного изменения значений вертикальных и горизонтальных смещений в приближении мелкой воды. Данные для расчетов следующие: плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ , глубина водоема  $h = 10 \text{ м}$ ,  $K_{10} = -2,753 \cdot 10^{-4}$ , длительность участка  $\Delta t = 16,41 \text{ ч}$ , начальный период  $T_0 = 12,5 \text{ с}$ , изменение периода  $\Delta T = 3 \text{ с}$ , интервал времени  $t$  от 0 до 59100 с.

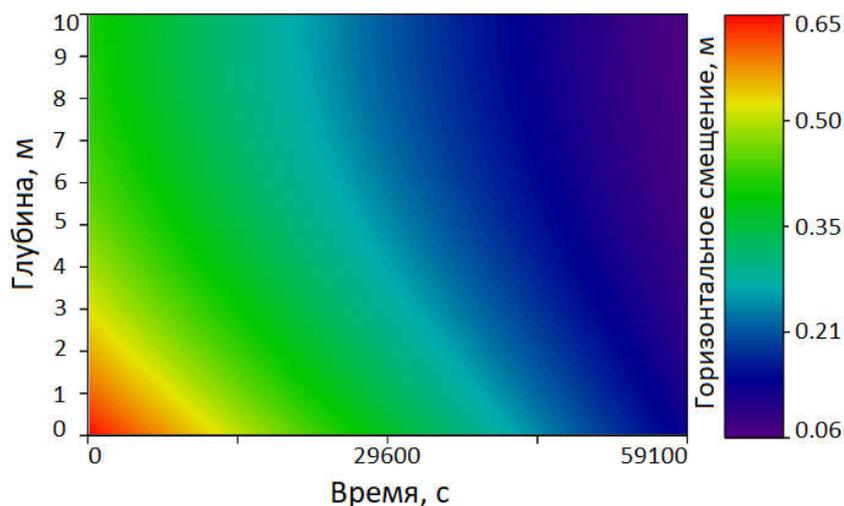


Рисунок 5.7. - Пространственно-временное распределение горизонтальных смещений частиц на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении мелкой воды.

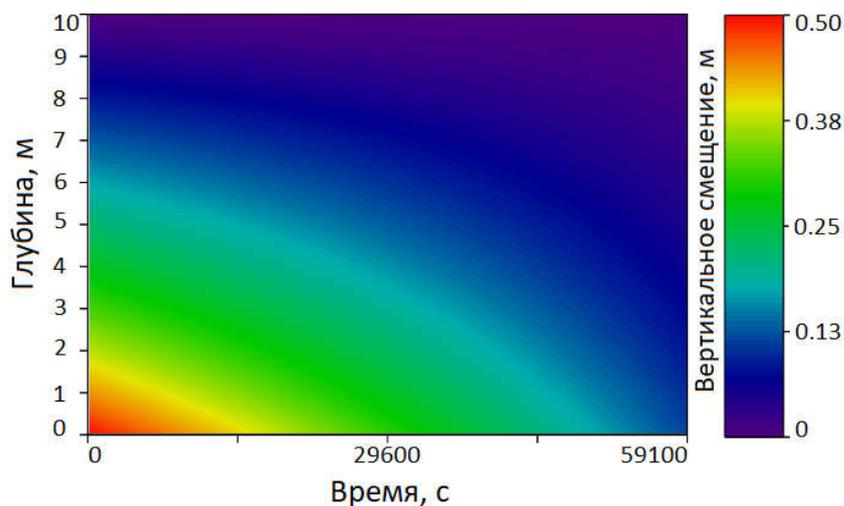


Рисунок 5.8. - Пространственно-временное распределение вертикальных смещений частиц на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении мелкой воды.

## 5.2 Восстановление пространственно-временного распределения основных характеристик ветрового волнения с помощью общей функции изменения периода для водоема конечной глубины в приближении глубокой воды.

Выше рассматривался случай распространения волн на мелкой воде, те же самые выражения для основных характеристик можно получить и в приближении глубокой воды. Как говорилось выше, на записи от 07.09.2010 г. (Рис. 5.1) присутствуют несколько процессов, одним из которых является местное ветровое волнение, период которого находится в диапазоне от 4,3 до 2,7 с (230 - 370 мГц). Определив точные значения изменения периода по спектрограмме запишем формулу общей функции изменения периода с учетом диапазона изменений периода. Данные для записи функции следующие: начальный период  $T_0 = 3,6$  с, изменение периода  $\Delta T = 0,8$  с, длительность участка  $\Delta t = 8,38$  ч (30180 с). Подставив данные в (3.10), получим:

$$\bar{T}(t) = -2,753 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{0,8}{8,38} \cdot t + 3,6. \quad (5.14)$$

Глубина постановки регистрирующего прибора составляла 10 м. Ветровые волны с периодами от 3,6 - 2,8 с имеют длину от 12,7 до 7,6 м, таким образом выполняется условие  $\lambda/h < 2$ , а значит для расчетов скорости распространения волн можно воспользоваться приближением для глубокой воды (1.39).

Подставляя в формулу для амплитуды давления (5.2) выражение для скорости распространения волн (1.39) и заменяя период  $T$  на формулу общей функции (3.10), получаем уравнение пространственно-временного распределения амплитуды давления на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении глубокой воды.

$$P(t) = \rho g \cdot a(t) \cdot \frac{\cosh \left[ \frac{4\pi^2(h+z)}{g \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)^2} \right]}{\cosh \left[ \frac{4\pi^2 h}{g \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)^2} \right]} \quad (5.15)$$

Определим характер изменения амплитуды волнения. На рисунке 5.10 представлен исходный сигнал волнения, отфильтрованный в полосе частот 270 до 350 мГц, что соответствует периодам 3,6 и 2,8 с.

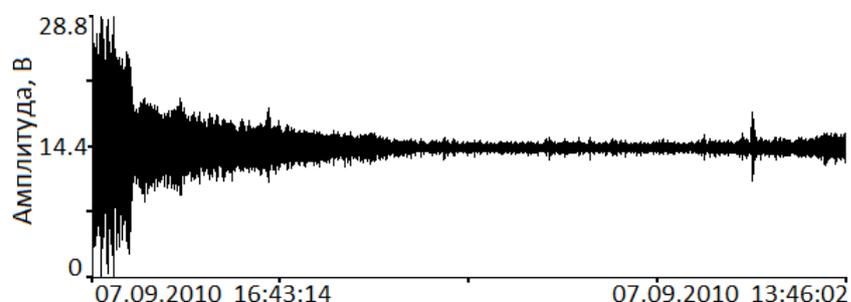


Рисунок 5.9 – а) исходный сигнал записи лазерного измерителя вариаций давления гидросферы, б) исходный сигнал, отфильтрованный в полосе частот от 270 до 350 мГц

Для того чтобы оценить изменения высоты волнения были определены средние значения амплитуды сигнала и введен коэффициент для определения высоты волн. Все данные сведены в таблицу 5.2, представленную ниже.

Таблица 5.2 – Высота волнения

<i>Время, с</i>	<i>Амплитуда сигнала, В</i>	<i>Высота волны, м</i>
0	11.1	1.233
2048	10.2	1.133
4096	9.41	1.045
6144	7.66	0.851
8192	7.81	0.867
10240	6.7	0.744
12288	5.8	0.644
14336	4.59	0.51
16384	4.95	0.55
18432	4.21	0.467
20480	3.41	0.378
22528	2.98	0.331
24576	2.83	0.314
26624	2.78	0.308
28672	2.57	0.285
30720	2.2	0.244

По данным из таблицы 5.2 был построен график изменения высоты волн и выведено уравнение для описания изменения амплитуды волнения. На рисунке 5.10 представлены полученные результаты.

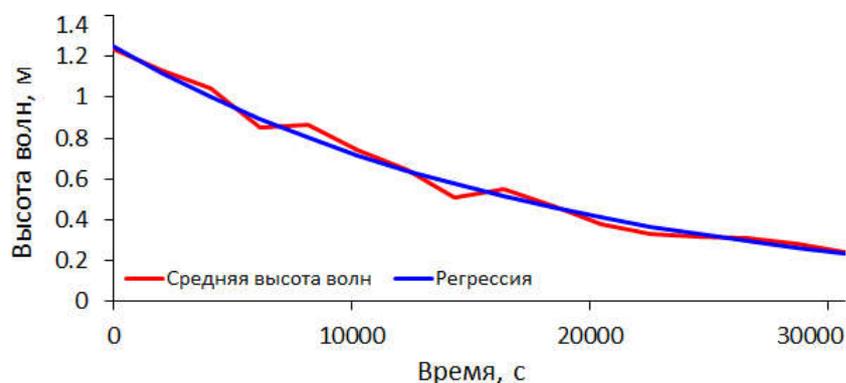


Рисунок 5.10 – График изменения высоты волн от времени и графика регрессии.

Уравнение для описания изменения амплитуды волнения является показательной функцией и выглядит следующим образом:

$$a(t) = 1,25 \cdot 0,999^t. \quad (5.16)$$

На рисунке 5.11 представлены результаты расчетов пространственно-временного изменения амплитуды давления в приближении глубокой воды. Данные для расчетов следующие: плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ , глубина водоема  $h = 10 \text{ м}$ ,  $K_{10} = -2,753 \cdot 10^{-4}$ , длительность участка  $\Delta t = 8,38 \text{ ч}$ , начальный период  $T_0 = 3,6 \text{ с}$ , изменение периода  $\Delta T = 0,8 \text{ с}$ , интервал времени  $t$  от 0 до 30180 с.

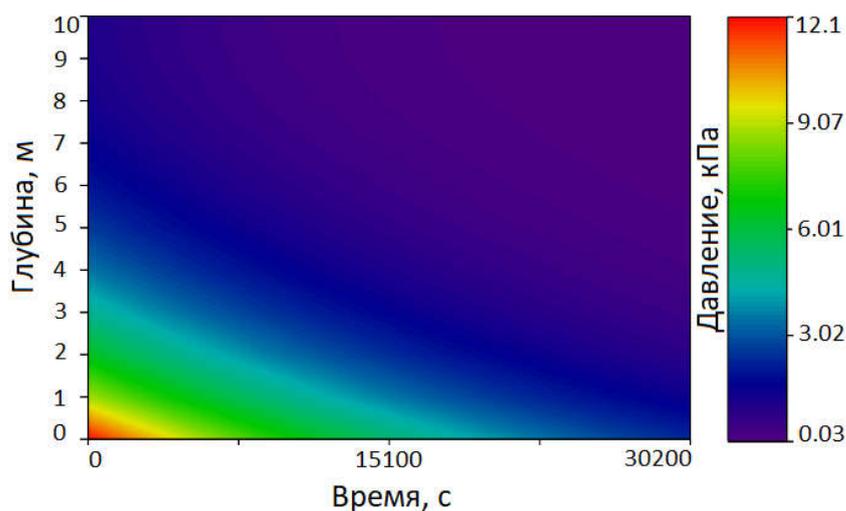


Рисунок 5.11 - Пространственно-временное распределения амплитуды давления на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении глубокой воды.

Подставляя в формулу для мгновенных значений вертикальных и горизонтальных скоростей частиц (5.6) и (5.7) выражение для скорости распространения волн (1.39) и заменяя период  $T$  на формулу общей функции (3.10), получаем уравнения пространственно-временного распределения мгновенных значений вертикальных и горизонтальных скоростей частиц на глубине  $z$  в водоеме конечной глубины  $h$  в приближении глубокой воды.

$$u(t) = \frac{2\pi \cdot a(t)}{\left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)} \cdot \frac{\cosh \left[ \frac{4\pi^2(h+z)}{g \left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)^2} \right]}{\sinh \left[ \frac{4\pi^2 h}{g \left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)^2} \right]} \quad (5.17)$$

$$\omega(t) = \frac{2\pi \cdot a(t)}{\left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)} \cdot \frac{\sinh \left[ \frac{4\pi^2(h+z)}{g \left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)^2} \right]}{\sinh \left[ \frac{4\pi^2 h}{g \left(\frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0\right)^2} \right]} \quad (5.18)$$

На рисунках 5.12 и 5.13 представлены результаты расчетов пространственно-временного изменения мгновенных значений вертикальных и горизонтальных скоростей частиц в приближении глубокой воды. Данные для расчетов следующие: плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ , глубина водоема  $h = 10 \text{ м}$ ,  $K_{10} = -2,753 \cdot 10^{-4}$ , длительность участка  $\Delta t = 8,38 \text{ ч}$ , начальный период  $T_0 = 3,6 \text{ с}$ , изменение периода  $\Delta T = 0,8 \text{ с}$ , интервал времени  $t$  от 0 до 30180 с.

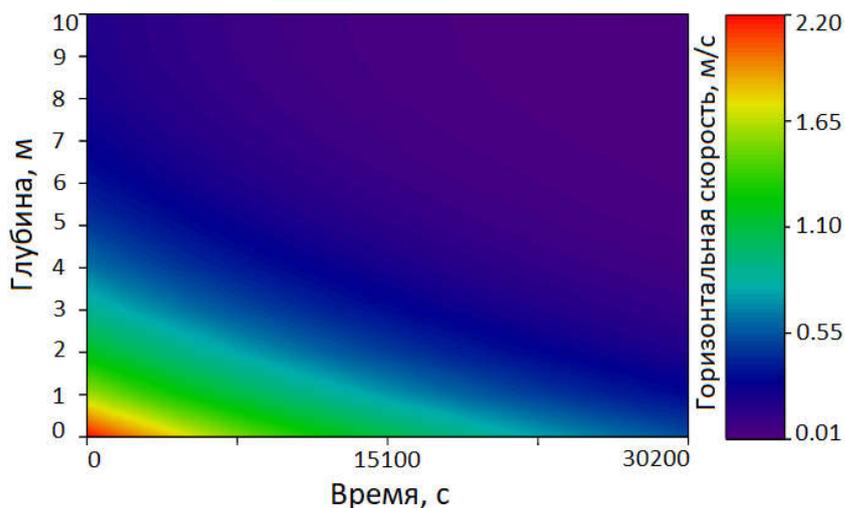


Рисунок 5.12 - Пространственно-временное распределение мгновенных значений горизонтальной скорости частиц на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении глубокой воды.

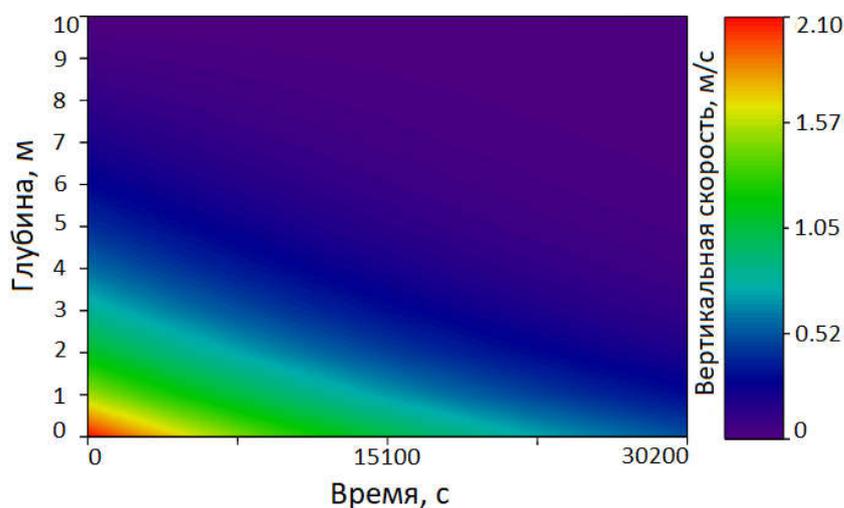


Рисунок 5.13 - Пространственно-временное распределение мгновенных значений вертикальной скорости частиц на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении глубокой воды.

Подставим в формулу для значений вертикальных и горизонтальных смещений частиц (5.10) и (5.11) выражение для скорости распространения волн (1.38), заменим период  $T$  на формулу общей функции (3.10) и амплитуду  $a$  на выражение (5.16). В результате получаем уравнение пространственно-временного распределения значений вертикальных и горизонтальных смещений частиц на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении глубокой воды.

$$\zeta(t) = a(t) \cdot \frac{\sinh \left[ \frac{4\pi^2(h+z)}{g \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)^2} \right]}{\sinh \left[ \frac{4\pi^2 h}{g \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)^2} \right]}, \quad (5.19)$$

$$\xi(t) = -a(t) \cdot \frac{\cosh \left[ \frac{4\pi^2(h+z)}{g \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)^2} \right]}{\sinh \left[ \frac{4\pi^2 h}{g \left( \frac{K_{10} \cdot \Delta T \cdot t}{\Delta t} + T_0 \right)^2} \right]}, \quad (5.20)$$

На рисунках 5.14 и 5.15 представлены результаты расчетов пространственно-временного изменения значений вертикальных и горизонтальных смещений частиц в приближении глубокой воды. Данные для расчетов следующие: плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ , глубина водоема  $h = 10 \text{ м}$ ,  $K_{10} = -2,753 \cdot 10^{-4}$ , длительность участка  $\Delta t = 8,38 \text{ ч}$ , начальный период  $T_0 = 3,6 \text{ с}$ , изменение периода  $\Delta T = 0,8 \text{ с}$ , интервал времени  $t$  от 0 до 30180 с.

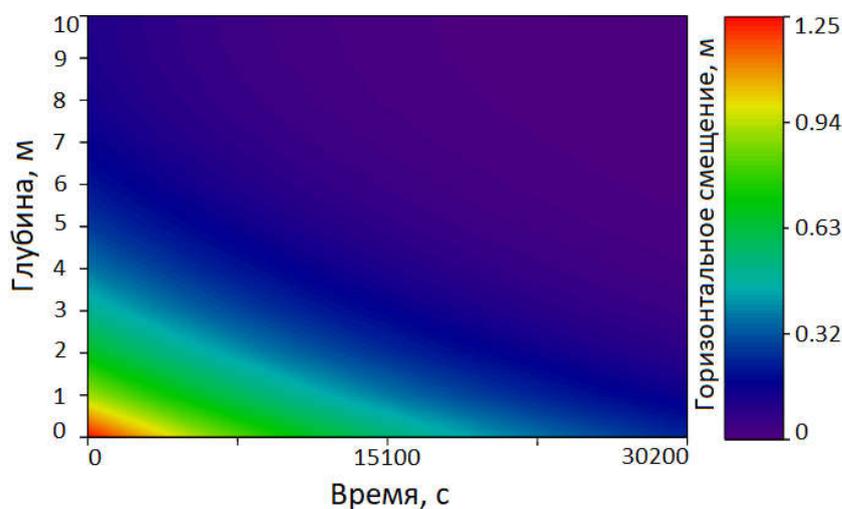


Рисунок 5.14 - Пространственно-временное распределение горизонтальных смещений частиц на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении глубокой воды.

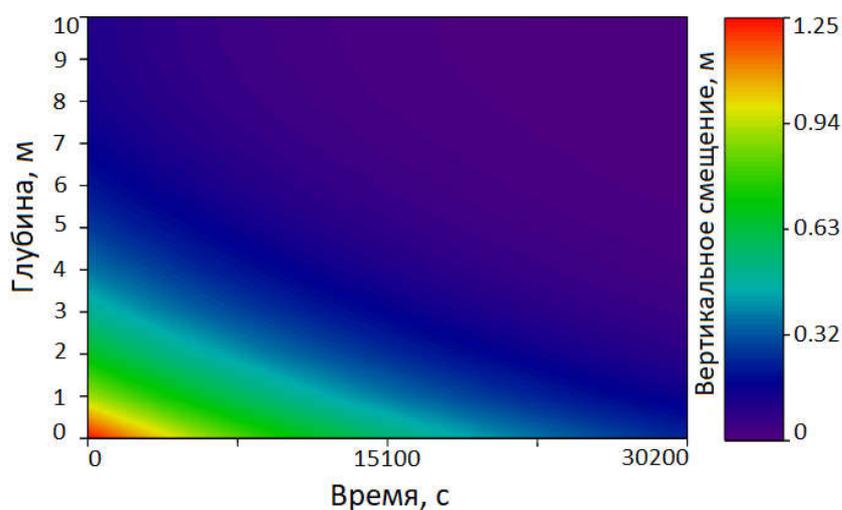


Рисунок 5.15 - Пространственно-временное распределение вертикальных смещений частиц на глубине  $z$  для водоема конечной глубины  $h$  в приближении глубокой воды.

### 5.3 Выводы

В данной главе представлены выражения для восстановления пространственно-временного распределения основных характеристик волнения для водоема конечной глубины в приближении глубокой и мелкой воды, основанные на уравнениях классической гидродинамики и общей функции изменения периода. Все расчеты велись для реальных экспериментальных данных, полученных с помощью высокоточных приборов, построенных на основе лазерно-интерференционных методов. Представлены графические материалы результатов расчета. Данные выражения просты в вычислении и хорошо описывают распределение гидрофизических величин по глубине. Кроме этого они могут использоваться для моделирования волновых процессов в которых присутствует волновая дисперсия [105].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги, выделим основные полученные результаты.

Произведен обзор как классических, так и современных методов описания и прогнозирования волновых процессов. Представлены классические гидродинамические линейные и не линейные методы описания, представлены параметрические, дискретные и спектральные волновые модели. Произведен анализ представленного материала, описаны все положительные и отрицательные стороны данных методов. Представлены существующие методы описания и прогнозирования волновых процессов, а также история их развития и становления. Классические гидродинамические методы описания имеют неоспоримое преимущество в своей простоте, но не учитывают множество нелинейных эффектов, что влияет на точность расчетов. Нелинейные гидродинамические уравнения могут учитывать множество факторов влияющих на распространение поверхностных волн, но требуют большие вычислительные мощности. Описанные волновые модели, учитывающие больше физических факторов, дают наилучшие результаты. Минусом является привередливость модели к качеству данных и сложность расчетов.

Описаны измерительные приборы, используемые для получения данных о волнении. Приведены все их преимущества относительно традиционных методов измерений. В выводах отмечено, что традиционные методы и приборы, такие как гидрофоны и тензорные датчики имеют ограничения в измерениях низких частот до 0,1 Гц, контактные методы имеют низкое разрешение, не контактные методы хоть и имеют свои плюсы, но точность измерений оставляет желать лучшего. Для современных исследований в области изучения волновых процессов в водной среде, необходимы широкополосные низкочастотные приборы, обладающие высокой разрешающей способностью и динамическим диапазоном,

способные одновременно фиксировать как мощные низкочастотные так более слабые высокочастотные процессы с высокой точностью.

Произведена обработка и анализ экспериментальных данных за 3 года. По выбранным участкам записей выявлены общие закономерности изменения периода ветрового волнения. На основе этих закономерностей была выведена общая функция изменения периода. В выводах сказано, что данный метод описания процессов изменения периода волнения является приемлемым. К плюсам данного метода можно отнести простота нахождения переменных, простота построения и вычислений. К минусам можно отнести зависимость данного метода от субъективных факторов, таких как определение начальных параметров имеющим линейный характер. Однако его простота может иметь неоспоримые преимущества для оценки изменений периода волнения и его описания.

Представленный метод исследований эффектов модуляции, основанный на регрессионном анализе и общей функции изменения периода, показал хорошие результаты в применении к исследованиям модуляции ветровых волн и волн зыби на приливных колебаниях. С помощью данного метода было показано, что в основном, при модуляции ветровых волн приливами, волны с большим периодом и амплитудой концентрируются в верхних точках прилива. Однако при возникновении посторонних волновых процессов, таких как сейши, модуляция амплитуды волнения могут иметь экстремум в нижней точке прилива, т.е. модуляции периода волнения и его амплитуды будут находится в противофазе.

При исследовании вышеуказанным методом модуляций ветровых волн на сейшах, было выделено несколько основных видов модуляции: «двух тоновая» и «четырёх тоновая». Данные виды модуляции хорошо описываются с помощью обычного уравнения частотной модуляции (6). При сравнении спектров экспериментальных данных и спектров, рассчитанных по формуле частотной модуляции, было выделено два спектральных максимума, первый из которых отвечает за основной период волнения, а

второй за процесс модуляции. По этим двум характерным максимумам можно с высокой точностью сказать о наличии сейшевых колебаний и модуляции ими ветрового волнения, при этом ширина спектра зависит от индекса модуляции, т.е. количества модуляций волнения за один период сейшевого колебания.

Полученное выражения для частотной модуляции с учетом дисперсии хорошо описывает возникновения специфических спектральных максимумов в диапазоне частот ветрового волнения и волн зыби. При сравнении спектров, построенных по экспериментальным данным и спектров, рассчитанных по данному выражению, было выделено четыре характерных спектральных максимума. Первые два отвечают за модуляцию на сейшах, остальные за дисперсию при распространении, индекс модуляции при этом влияет на амплитуду максимумов, а за ширину спектров отвечает изменение периода. При наличии данных максимумов в спектре мы можем говорить не только о присутствии сейшевых колебаний, но и о том, что модулируемый ими волновой процесс имеет не местный характер, а скорее всего пришел из другой точки акватории, так как его период линейно меняется в связи с дисперсией при распространении.

Представлено практическое применение общей функции изменения периода волнения для восстановления пространственно-временного распределения основных характеристик волнения для водоема конечной глубины в приближении глубокой и мелкой воды, основанные на уравнениях классической гидродинамики. Представлены графические данные наглядно представляющие результаты расчетов данных распределений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ньютон И. Математические начала натуральной философии / Перевод с латинского и примечания А.Н. Крылова. — М.: Наука, 1989. — 688 с.
2. Euler L. Principes generaux du mouvement des fluids. Mem. Acad. Berlin. 1955. 11. P.274-315. («Opera Omnia», 1755.Ser. Secunda. Vol. XII. P. 54-91).
3. Laplace P.S. Recherches sur Plusieurs points du systeme du monde. 1778. Mem. Acad. R. Sci. Paris. P.75-182. («Oeuvres» Vol. IX P. 71-183. Gauthier-Villars, Paris. 1893).
4. Гилл А. Динамика атмосферы и океана. В 2-х т. Т. 1. – М. Мир. 1986. 396 с.Т.2. 415 с.
5. Lagrange J.L. Memoire sur le theorie du mouvements des fluids. 1781. Nouv. Mem. Acad. R. Sci. Bellelett. (Reprinted in «Oeuvres» Vol. IV. P. 695-750. Gauthier-Villars, Paris. 1869).
6. Gerstner. F.J. Theorie der Wellen. Abh. d.k. boh. Ges. d. Wiss. 1802. (Gilbert`s Annalen der Physik, XXXII. 1809)
7. Couchi. A. Theorie de la propagation des ondes a la surface d`un fluide pesant d`une profondeur indefine. Oeuvres Completes d`Augustin Cauchi. I serie. 1815. p. 5-318.
8. Airy G.B. Tides and Waves // Encyclopedia Metropolitana. 1845. London. V.5. P. 241-396.
9. Riemann B. Uber die Fortpflanzung ebener Luftwellen von endlicher Schwingungsweite, Gottingen Abhandlungen. Bd. VIII, S. 43, Werke, 2te Aufl., Leipzig, S.157.
10. Stokes G.G. On the theory of oscillatory waves // Trans. Camb. Phil. Soc. 8. 1847. P. 441.
11. Russell J. Scott. Report on waves. Br. Assoc. Adv. Sci. Rep, 1844, 14th Mtg, p. 311-390, plates XLVII-LVII.

12. Boosineskq J. Theorie de l'intumescence liquide appelee ondesolitaire ou de translation, se propageant dans un canal rectangulaire. C. R. Acad. Sci., Paris. 1871. 72. P. 755-759.
13. Rayleigh (J.W. Strutt). On Waves. Phill. Mag. 1876. 5. 1. P. 257-279.
14. Korteweg D.J., de Vries G. On the change from of long waves advancing in a rectangular channel and on new type of long stationary waves // Pyll. Mag. 1895. 5. P. 422-443.
15. Gardner C.S., Greene J.M., Kruskal M.D., Miura R.M. Method for solving the Korteweg-de Vries equation// Phys. Rev. Latt. 1967. V.19. P. 1095-1097.
16. Benjamin T.B., Feir J.E. The disintegration of wave train on deep water // J. Fluid Mech. 27. 1967. P. 417.
17. Lighthill M. J. Some special cases treated by the Whitham theory // Proc. R. Soc. London, Ser. A., 1967, V. 299, P. 28.
18. Lighthill M. J. River waves. Naval hydrodynamics publication. 515 National Academy of Science. National Research Council. 1957.
19. Lounge-Higgins M.S. Crest instabilities of gravity waves // J. Fluid. Mech., 1993.
20. Lounge-Higgins M.S. The instabilities of gravity waves of infinite amplitude in deep sea. II. Subharmonics. Proc. R. Soc. London Ser. A, 1978, v. 360, p. 489-505.
21. Lounge-Higgins M.S., Smith N.D. An experiment on third order resonant wave interactions // J. Fluid. Mech. 25. 1966. P. 417-436.
22. Hasselmann K. On the nonlinear energy transfer in gravity-wave spectrum. General theory. // J. Fluid Mech., 1962 V. 12, P. 481-500.
23. Hasselmann K. Weak-interaction theory of ocean waves // In: Basic development in fluid dynamics. New York: Academic Press, 1968, p. 117-182.
24. Caponi E.A., Saffman P.G., Yuen H.C. Instability and confined chaos in a nonlinear dispersion wave system // Phys. Fluids, 1982. V. 25, №.12, P. 2159-2166.

25. Боуден К. Физическая океанография прибрежных вод. М.: Мир. 1988. 324с.
26. В. М. Маккавеев. Развитие волн под действием ветра. - Труды Гос. гидрол. ин-та, 1937, вып. 5.
27. Pierson W.G., Neumann G., James R.W. Practical method for observing and forecasting ocean waves by means of wave spectra and statistics // U.S. Navy Hydrographic Office Pub. – 1963. – No. 603. – 284 p.
28. Jeffreys H. On the formation of water waves by wind // Proc. Royal Soc. Ser. A. – 1925. –Vol. 110. – P. 341–347.
29. Eckart C. The Scattering of Sound from the Sea Surface Journal of the Acoustical Society of America. 25: 566-570.
30. Филлипс О.М. Динамика верхнего слоя океана. –Л.: Гидрометеоздат, 1980. – 319 с.
31. Филлипс О.М. Участок равновесия в спектре ветровых волн // В кн. «Ветровые волны». – М., 1962. – С. 219–229.
32. Miles J.W. On the generation of surface by shear flow. Part 2 // J. Fluid Mechanics. – Part I. – 1957. – Vol. 3. – P. 185–204; Pt. II. – 1959. – Vol. 6. – P. 568–582; Pt.III. – 1959. – Vol. 6. – P. 583–538; Pt. IV. – 1960. – Vol. 13. – P. 433–448; Pt.V. – 1967. – Vol. 30. – P. 163–175.
33. Miles J.W. A note the interaction between surface wave and wind profile // J. Fluid Mechanics. – 1965. –Vol. 22. – No 4.
34. Esteva D.C. Evaluation of preliminary experiments assimilating SEASAT significant wave heights into a spectral wave model // J. Geophys. Res. – 1988. – Vol. 93.–No C11. – P. 14099–14105.
35. Gunter H.L., Hasselman S., Janssen P. The WAM Model Cycle 4. Technical Report No 4. – 1992.– 103 p.
36. Ефимов В.В., Полников В.Г. Численное моделирование ветрового волнения. – Киев: Нукова думка, 1991. – 240 с.
37. Заславский М.М., Кабатченко И.М., Матушевский Г.В. Совместная адаптивная модель приводного ветра и ветрового волнения // В

кн.: Проблемы исследования и математического моделирования ветрового волнения. – 1995. – С. 136–154.

38. Руководство по расчету элементов гидрологического режима в прибрежной зоне морей и в устьях рек при инженерных изысканиях. – М.: Гидрометеиздат, 1973. – 535 с.

39. Komen G.L., Cavalery L., Donelan M. et al. Dynamics and Modeling of Ocean Waves. – Cambridge University Press, 1994. – 532 p.

40. Romeiser R. Global validation of the wave model WAM over a one year period using Geosat wave height // J. Geoph. Res. – 1993. – Vol. 98C. – P. 4713–4726.

41. The SWAMP Group. Sea Wave Modelling Project (SWAMP). An intercomparison study of wind wave prediction models. Part 1. Principal results and conclusion // In.: Ocean Wave modeling. – N.Y. Plenum Press. – 1985. – 256 p.

42. The WAM model – a third generation ocean wave prediction model // J. Phys. Oceanogr. – 1988. – № 12. – P. 1775–1810.

43. Tolman H.L. et al. Development and implementation of wind generated ocean surface models at NCEP // Weath. Forecasting. – 2002. – T. 17. – P. 311–333.

44. Tolman H.L. Numerics in wind wave models // Proceedings of a workshop held at ECMWF on Ocean Wave Forecasting, 2-4 July 2001. – 2002. – P. 5–14.

45. Tolman H.L. On the selection of propagation schemes for a spectral wind wave model // J. Phys. Ocean. – 1995. – NWS/NCEP Office Note 411. – 30 p.

46. Tolman H.L., Chalikov D.V. Source Terms in a Third-Generation Wind Wave Model // J. Phys. Oceanogr. – 1996. – Vol. 26. – P. 2497–2518.

47. Tolman H.L. The numerical model WAVEWATCH a third generation model for hindcasting of wind waves on tides in shelf seas // Communications on Hydraulics and Geotechnical Engineering. – 1989. – TU Delft. Report 89-2. – 72 p.

48. SWIM-Group. A shallow water intercomparison of three numerical wave prediction models (SWIM) // *Quart. J. R. Met. Soc.* – 1985. – Vol. 111. – P. 1087–1113.
49. Booij N., Ris R.C., Holthuijsen L. H. A third-generation wave model for coastal regions // Part 1. Model description and validation // *J. Geophys. Res.* – Vol. 104 (C4). – P. 7667–7681.
50. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. – Новосибирск: Наука (Сиб. отделение), 1967. – 196 с.
51. Donelan M.A. A nonlinear dissipation function due to wave breaking // *Proceedings of a workshop held at ECMWF on Ocean Wave Forecasting.* – 2001. – P. 87–94.
52. Resio D.T., Perry W. A numerical study of nonlinear energy fluxes due to wave-wave interactions // *J. Fluid Mech.* – 1991. – Vol. 223. – P. 603–629.
53. WAMDI group (Hasselmann S., Hasselmann K. et al). The WAM model – a third generation wave prediction model // *J. Phys. Oceanogr.* – 1988. – Vol. 18. – P. 1775–1810.
54. Snyder R.L., Dobson F.W. et al. Array measurement of atmospheric pressure fluctuation above surface gravity waves // *J. Fluid Mech.* – 1981. – Vol. 102. – P. 1–59.
55. Cox A.T., Swall V.R. A global wave hindcast over the period 1958–1997: validation and climatic assessment // *J. Geophys. Res.* – 2001. – Vol. 106. – P. 2313–2329.
56. Давидан И.Н., Лавренов И.В. и др. Математическая модель и метод оперативных расчетов ветрового волнения на морях СССР // *Метеорология и гидрология.* – 1988. – № 11. – С. 81–90.
57. Давидан И.Н., Давидан Г.И., Дымов В.И., Пасечник Т.А. Модифицированная версия спектрально-параметрической модели и результаты ее верифицирования // *Известия Рус. географ. об-ва.* – 2010. – Т. 142. № 2. – С. 31–39.

58. Лавренов И.В. Математическое моделирование ветрового волнения в пространственно-неоднородном океане. – СПб: Гидрометеоздат, 1998. – 499 с.

59. Bondur, V.G.; Murynin, A.B. Methods for retrieval of sea wave spectra from aerospace image spectra. *Izv. Atmos. Ocean. Phys.* 2016, 52, 877–887.

60. Bondur, V.G.; Vorobyev, V.E.; Murynin, A.B. Retrieving Sea Wave Spectra Based on High-Resolution Space Images under Different Conditions of Wave Generation. *Izv. Atmos. Ocean. Phys.* 2020, 56, 887–897

61. Bondur, V.G.; Grebenyuk, Y.V.; Morozov, E.G. Satellite recording and modeling of short internal waves in coastal zones of the ocean. *Dokl. Earth Sci.* 2008, 418, 191–195

62. Donelan, M.A.; Pierson, W.J. Radar scattering and equilibrium ranges in wind-generated waves with application to scatterometry. *J. Geophys. Res.* 1987, 93, 4871–5029.

63. Hasselman, K.; Raney, R.K.; Plant, W.J.; Alpers, W.; Shuchman, R.A.; Lyzenga, D.R.; Rufenach, C.L.; Tucker, M.J. Theory of synthetic aperture radar imaging: A MARSEN view. *J. Geophys. Res.* 1985, 90, 4659–4686.

64. Kropfli, R.A.; Ostrovski, L.A.; Stanton, T.P.; Skirta, E.A.; Keane, A.N.; Irisov, V. Relationships between strong internal waves in the coastal zone and their radar and radiometric signatures. *J. Geophys. Res.* 1999, 104, 3133–3148.

65. Bondur, V.G.; Grebenyuk, Y.V.; Sabinin, K.D. The spectral characteristics and kinematics of short-period internal waves on the Hawaiian shelf. *Izv. Atmos. Ocean. Phys.* 2009, 45, 598–607.

66. Bondur, V.G.; Sabinin, K.D.; Grebenyuk, Y.V. Characteristics of inertial oscillations according to the experimental measurements of currents on the Russian shelf of the Black Sea. *Izv. Atmos. Ocean. Phys.* 2017, 53, 120–126.

67. Bondur, V.G.; Vorobjev, V.E.; Grebenjuk, Y.V.; Sabinin, K.D.; Serebryany, A.N. Study of fields of currents and pollution of the coastal waters on

the Gelendzhik Shelf of the Black Sea with space data. *Izv. Atmos. Ocean. Phys.* 2013, 49, 886–896.

68. Bondur, V.G. Satellite monitoring and mathematical modelling of deep runoff turbulent jets in coastal water areas. In *Waste Water-Evaluation and Management*; IntechOpen: Rijeka, Croatia, 2011; pp. 155–180. ISBN 978-953-307-233-3. Available online: <https://www.intechopen.com/chapters/14574> (accessed on 25 August 2021).

69. Ermakov, S.A.; Salashin, S.G. Modulation of gravitational-capillary waves in the field of an internal wave. *Izv. Acad. Sci. USSR Phys. Atmos. Ocean.* 1984, 20, 394–404.

70. Ermakov, S.A.; Pelinovsky, E.N. Variation of the spectrum of wind ripple on coastal waters under the action of internal waves. *Dyn. Atmos. Ocean.* 1984, 8, 95–100

71. Hughes, B.A. The effect of internal waves on surface wind waves: Theoretical analysis. *J. Geophys. Res.* 1987, 83, 455–465

72. Basovich, A.Y.; Bachanov, V.V.; Talanov, V.I. Transformation of wind-driven wave spectra by short internal wave trains. *Izv. Acad. Sci. USSR Atmos. Ocean. Phys.* 1987, 23, 520

73. Basovich, A.Y.; Bakhanov, V.V.; Bravo-Zhivotovskii, D.M.; Gordeev, L.B.; Zhidko, Y.M.; Muyakshin, S.I. Correlation of variations in the spectral density of centimeter and decimeter surface waves in the field of an internal wave. *Dokl. Acad. Sci. USSR* 1988, 298, 967.

74. Ermakov, S.A.; Salashin, S.G. On the effect of strong modulation of capillary-gravitational ripples by internal waves. *Dokl. Acad. Sci. USSR* 1994, 337, 108–111.

75. Gorshkov, K.A.; Dolina, I.S.; Soustova, I.A.; Troitskaya, Y.I. Modulation of short wind waves in the presence of strong internal waves: The effect of growth-rate modulation. *Izv. Atmos. Ocean. Phys.* 2003, 39, 596–606.

76. Landahl, M.T.; Widnall, S.E.; Hultgen, L. An interaction mechanism between large and small scales for wind-generated water waves. In *Proceedings of*

the Twelfth Symposium on Naval Hydrodynamics, National Academy of Sciences, Washington, DC, USA, 5–9 June 1979; p. 541

77. Unna, P.J. Sea waves. *Nature* 1947, 159, 239–242.

78. Longuet-Higgins, M.S.; Stewart, R.W. Changes in the form of short gravity waves on long waves and tidal currents. *J. Fluid Mech.* 1960, 8, 565–583.

79. Kovalev, P.D.; Kovalev, D.P. Modulation of short infragravity waves by tide. *Fundam. Prikl. Gidrofiz.* 2018, 11, 21–27.

80. Saprykina, Y.; Shtremel, M.; Volvaiker, S.; Kuznetsov, S. Frequency Downshifting in Wave Spectra in Coastal Zone and Its Influence on Mudbank Formation. *J. Mar. Sci. Eng.* 2020, 8, 723

81. Saprykina, Y.V.; Kuznetsov, S.Y.; Andreeva, N.; Shtremel, M.N. Scenarios of nonlinear wave transformation in coastal zone. *Oceanology* 2013, 53, 422–431.

82. Kuznetsov, S.Y.; Saprykina, Y.V. An experimental study of near shore evolution of wave groups. *Oceanology* 2002, 42, 336–343.

83. Zakharov, V.E.; Dyachenko, A.I.; Prokofiev, A.O. Freak waves: Peculiarities of numerical simulations. In *Extreme Ocean Waves*; Springer: Dordrecht, The Netherlands, 2016; pp. 1–29.

84. Zakharov, V.E.; Shamin, R.E. Probability of the occurrence of freak waves. *JETP Lett.* 2010, 91, 62–65.

85. Долгих Г.И., Валентин Д.И., Ковалев С.Н., Овчаренко В.В. Применение лазерно-интерференционных методов в океанографических исследованиях // Тезисы докладов конференции «Гидрометеорология Дальнего Востока и окраинных морей Тихого океана». Владивосток. 2000 г. С. 18.

86. Долгих Г.И. Исследование волновых полей океана и литосферы лазерно-интерференционными методами. Владивосток: Дальнаука, 2000. 160

87. Долгих Г.И., Долгих С.Г., Ковалев С.Н., Швец В.А., Чупин В.А., Яковенко С.В. Лазерный измеритель вариаций давления гидросферы // Приборы и техника эксперимента. 2005. № 6. С. 137-138.

88. Долгих Г.И., Швец В.А., Яковенко С.В. Особенности создания лазерного измерителя вариаций давления гидросферы // Второй всероссийский симпозиум «Сейсмоакустика переходных зон» Владивосток 3-7 сентября 2001г. С. 82-83.

89. Shvets V.A., Dolgikh G.I., Kovalev S.N., Yakovenko S.V. Design features and prospect of use of laser device for measuring of variations of hydrosphere pressure for research in an infrasonic range // Bridges of science between North America and the Russian Far East. Past, present and future. An International conference of the Arctic and North Pacific. Proceedings. Vladivostok, Dalnauka, 2004. P. 47.

90. Долгих Г.И., Плотников А.А., Швец В.А. Лазерный гидрофон // Приборы и техника эксперимента. 2007. №1. С. 159-160

91. Долгих Г.И., Плотников А.А., Будрин С.С. Мобильный лазерный измеритель вариаций давления гидросферы // Приборы и техника эксперимента. 2011. №4. С.161-162.

92. Долгих Г.И., Валентин Д.И., Долгих С.Г., Ковалев С.Н., Корень И.А., Мукомел Д.В., Швец В.А., Яковенко С.В. Сейсмоакустико-гидрофизический комплекс // Второй всероссийский симпозиум «Сейсмоакустика переходных зон». Владивосток. 2001. С. 77-79.

93. Долгих Г.И., Долгих С.Г., Валентин Д.И., Ковалев С.Н., Корень И.А., Овчаренко В.В., Яковенко С.В. Сейсмоакустико-гидрофизический комплекс для мониторинга системы «атмосфера-гидросфера-литосфера» // Приборы и техника эксперимента. 2002. №3 С. 120-122.

94. Долгих Г.И., Долгих С.Г., Ковалев С.Н., Овчаренко В.В., Швец В.А., Яковенко С.В. Применение лазерно-интерференционного комплекса в океанологических исследованиях // Материалы международной научно-технической конференции «Технические проблемы освоения Мирового

Океана». Владивосток, 14-17 сентября 2005г. Издательство ИПМТ ДВО РАН. С. 143-148.

95. Яковенко С.В., Будрин С.С., Долгих С.Г., Чупин В.А., Швец В.А. Гидрофизический лазерно-интерференционный комплекс // Приборы и техника эксперимента. 2016. №2. С. 121-126.

96. Чупин В.А., Будрин С.С., Долгих Г.И., Долгих С.Г., Овчаренко В.В., Плотников А.А., Швец В.А., Яковенко С.В. Сейсмоакустико-гидрофизический комплекс ТОИ ДВО РАН: современное состояние // Седьмой всероссийский симпозиум "Физика геосфер" Владивосток 05-09 сентября 2011 г. С. 251-255.

97. Яковенко С.В., Будрин С.С., Долгих С.Г., Чупин В.А., Швец В.А. Гидрофизический лазерно-интерференционный комплекс // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного технического университета. Физико-математические науки. 2016 г. №3. С. 77-84.

98. Долгих Г.И., Будрин С.С., Долгих С.Г., Овчаренко В.В., Плотников А.А., Чупин В.А., Швец В.А., Яковенко С.В. Динамика ветровых волн при их движении по шельфу убывающей глубины // ДАН. 2012 г. Том 447. №4. С. 445.

99. Долгих Г.И., Будрин С.С. Некоторые закономерности в динамике периодов ветровых волн // ДАН. 2016 г. Том 468. №3. С. 332.

100. Долгих Г.И., Будрин С.С. Динамика периода ветровых волн. // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2015 г. №11-7. С. 171-177.

101. Будрин С.С., Долгих Г.И., Долгих С.Г., Ярощук Е.И. Исследования изменчивости периода ветровых волн. // Метеорология и гидрология. 2014 г. №1. С. 72-79.

102. Budrin S.S., Dolgikh G.I., Dolgikh S.G., Yaroshchuk E.I. Studying the variability of the wind wave period // Russian meteorology and hydrology. 2014. №1. P. 47-52.

103. Dolgikh, G.I., Dolgikh, S.G., Budrin S.S. Fluctuations of the sea level, caused by gravitational and infra-gravitational sea waves. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2020, 8(10), 796. <https://doi.org/10.3390/jmse8100796>.

104. Dolgikh, G.I., Budrin S.S. Method of studying modulation effects of wind and swell waves on tidal and seiche oscillations. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2021, 9(9), 926. <https://doi.org/10.3390/jmse9090926>.

105. Будрин С.С., Долгих Г.И. Расчёт основных характеристик морских поверхностных гравитационных и ветровых волн с помощью общей функции изменения периода // *Подводные исследования и робототехника*. 2019. № 1 (27). С. 62-67.